



DIENSTEN VAN DE EERSTE MINISTER  
PROGRAMMATIE VAN HET WETENSCHAPSBELEID  
Wetenschapsstraat 8  
1040 BRUSSEL

NATIONAAL ONDERZOEKS- EN  
ONTWIKKELINGSPROGRAMMA

LEEFMILIEU

WATER

**PROJEKT ZEE**  
Eindverslag

Boekdeel 1

**MODELERING VAN ZEE-SYSTEMEN**

uitgevoerd door

**Jacques C.J. NIHOUL**



SERVICES DU PREMIER MINISTRE  
PROGRAMMATION DE LA POLITIQUE SCIENTIFIQUE  
Rue de la Science, 8  
1040 BRUXELLES

PROGRAMME NATIONAL DE RECHERCHE  
ET DE DEVELOPPEMENT

ENVIRONNEMENT

EAU

**PROJET MER**  
Rapport final

Volume 1

**MODELISATION DES SYSTEMES MARINS**

édité par

**Jacques C.J. NIHOUL**



*L'application de l'analyse des systèmes à l'étude de l'environnement marin fournit une structure rationnelle pour l'organisation tant des recherches théoriques que des campagnes d'observations et des réseaux de vigilance.*

*Le volume 1 expose la philosophie de cette approche mathématique qui aboutit à la construction d'un modèle interdisciplinaire prédictif orienté vers l'application à la gestion du système marin.*



# **Modélisation des systèmes marins**

édité par

**Jacques C.J. NIHOUL**

## **AVERTISSEMENT**

**Ce volume est l'adaptation en français de publications récentes de l'éditeur et notamment de plusieurs chapitres de son livre « Modelling of Marine Systems ».**

**Il a été préparé à la demande du gouvernement belge et il est destiné à la circulation interne. Il ne peut être reproduit, en tout ou en partie, sans l'accord de l'auteur et des éditeurs des publications originales.**

**C'est à ces publications, citées en fin de chapitre, que toute référence doit être faite.**



TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I - IMPERATIFS D'UNE GESTION DE LA MER ET NECESSITE D'UN MODELE MATHEMATIQUE

par Jacques C.J. NIHOUL

1.- Introduction . . . . .	1
2.- Le problème de la contamination des produits de la mer . . . . .	1
3.- Impacts de l'homme sur le système marin . . . . .	8
4.- Fonction de transfert et modèle mathématique . . . . .	10
Références . . . . .	12

CHAPITRE II - ANALYSE DES SYSTEMES MARINS. CONSTRUCTION D'UN MODELE MATHEMATIQUE INTERDISCIPLINAIRE

par Jacques C.J. NIHOUL

1.- Introduction . . . . .	13
2.- Démarcation du système marin . . . . .	16
3.- Réduction des dimensions du système . . . . .	18
4.- Imports - Exports . . . . .	20
5.- Variables d'état . . . . .	21
6.- Paramètres de commande . . . . .	25
7.- Equations, principes et contraintes d'évolution . . . . .	27
8.- Conditions initiales et conditions aux limites . . . . .	34
Références . . . . .	37

CHAPITRE III - PARAMETRISATION, CALIBRAGE ET AJUSTEMENT DU MODELE. APPLICATION A LA MER DU NORD ET AU SOUTHERN BIGHT

par Jacques C.J. NIHOUL

1.- Introduction . . . . .	39
2.- Mélange vertical et pression hydrostatique . . . . .	40
3.- Courants et turbulence . . . . .	43
4.- Advection et dispersion . . . . .	63
5.- Interactions et translocations . . . . .	77
Références . . . . .	93

CHAPITRE IV - VALIDATION EXPERIMENTALE DU MODELE. UN EXEMPLE : LA CIRCULATION RESIDUELLE ET LA CARACTERISATION DES MASSES D'EAU DANS LA ZONE COTIERE BELGE

par O. BECKERS, R. WOLLAST et Jacques C.J. NIHOUL

1.- Introduction . . . . .	95
2.- Les modèles classiques de circulation résiduelle . . . . .	96
3.- Le modèle des équations résiduelles . . . . .	102
4.- Caractéristiques physiques et chimiques des masses d'eau . . . . .	106
5.- Circulation des masses d'eau de surface issues de l'Escaut . . . . .	108
6.- Caractérisation des masses d'eau dans la région du gyre . . . . .	116
7.- Distribution verticale des masses d'eau . . . . .	126
8.- Conclusions . . . . .	128
Références . . . . .	129



## Chapitre I

### Impératifs d'une gestion de la mer et nécessité d'un modèle mathématique

par

Jacques C.J. NIHOUL

#### 1.- Introduction

Cinq années de campagnes interdisciplinaires de mesures intensives, de 1971 à 1976, ont permis de dresser un inventaire détaillé des propriétés du Southern Bight dans le sud de la mer du Nord (*e.g.* fig. 1).

Ces campagnes s'inscrivaient le plus souvent dans le cadre d'exercices internationaux couvrant l'ensemble de la mer du Nord, la Manche et, en général, les mers côtières nord-européennes jusqu'à la limite du plateau continental (*e.g.* fig. 2 et 3).

Les résultats du Programme National Belge ont pu ainsi être intégrés dans un réseau plus vaste et être exploités dans le cadre d'une collaboration internationale (Conseil International pour l'Exploration de la Mer; "Joint North Sea Information System", "Joint North Sea Modelling Group", ...).

#### 2.- Le problème de la contamination des produits de la mer

Dans le cadre du programme, des échantillons de poissons vendus sur le marché belge ont été analysés périodiquement afin de déterminer leur contenu en métaux lourds, pesticides et autres polluants.

L'analyse révèle que les variations d'une zone de pêche à une autre pour une espèce donnée sont moins importantes que les variations entre espèces provenant de la même région.

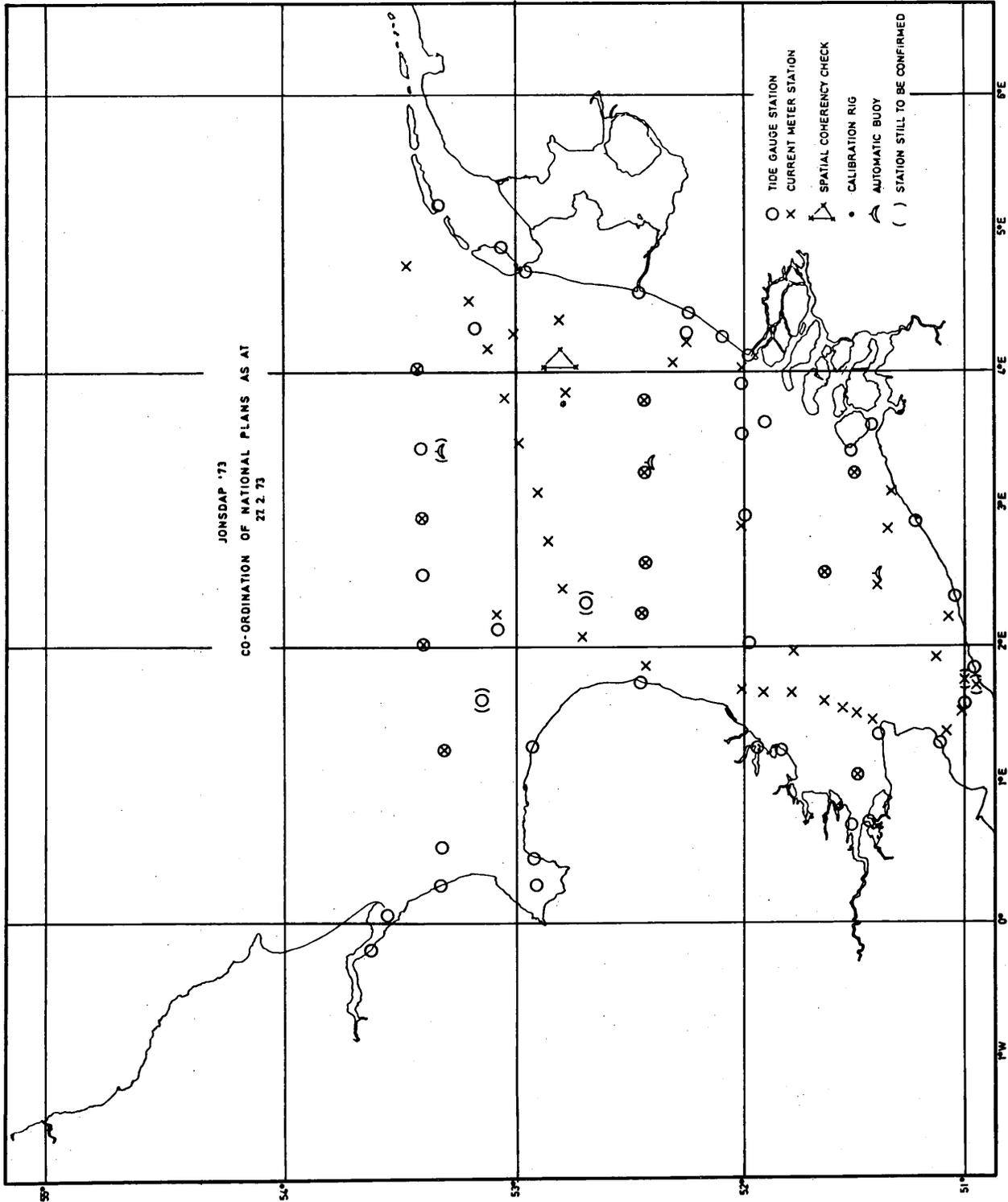


fig. 1.  
Déploiement des stations de mesures des paramètres physiques  
lors de la campagne "Jonsdap 73" dans le Southern Bight.

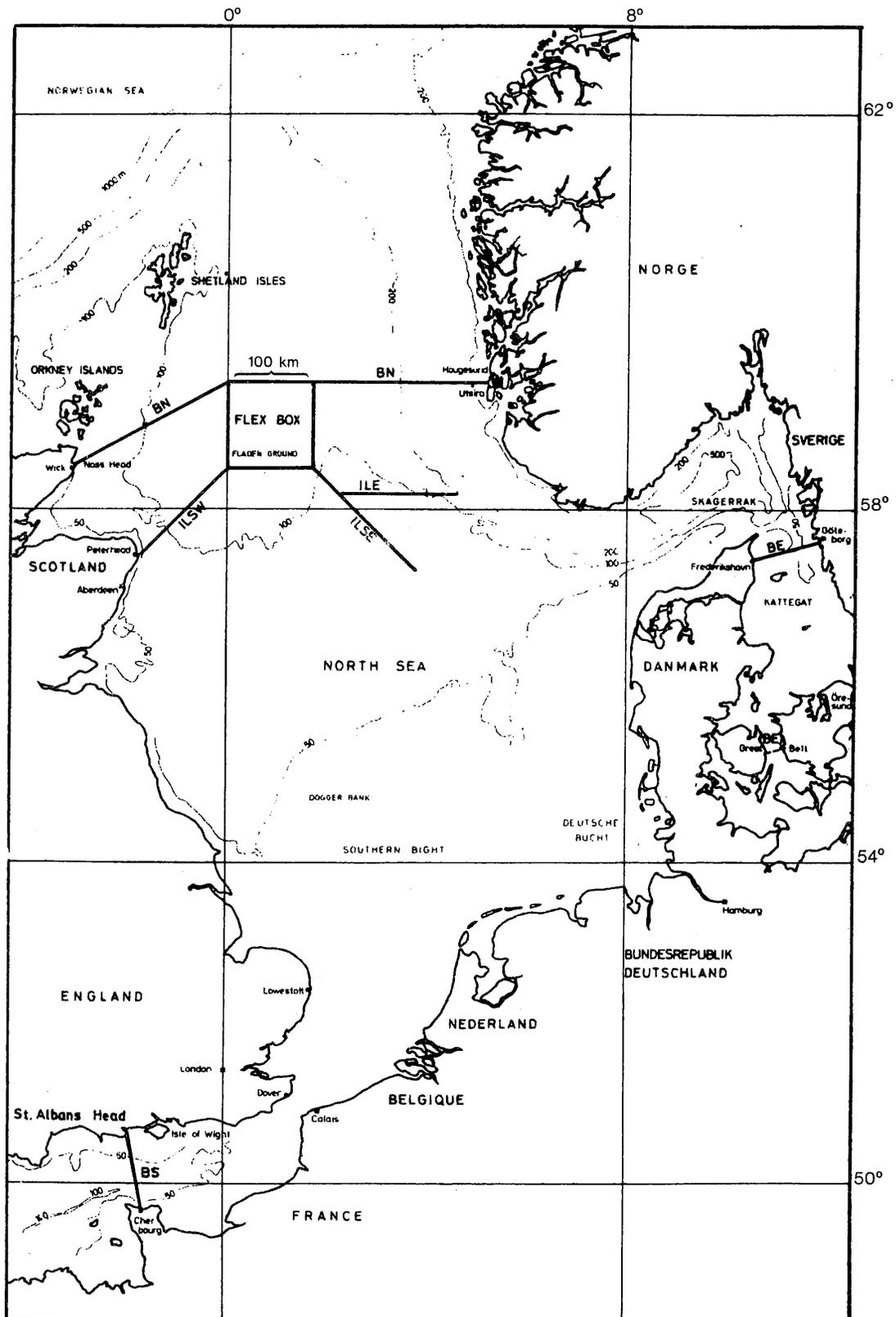


fig. 2.

Frontières (BN, BS, BE) de l'expérience "Jonsdap 76" en mer du Nord. Un réseau de mesures hydrodynamiques couvre l'ensemble de la région avec une concentration particulière le long des lignes (ILSW, ILE, ILSE) entourant un carré de 100 km de côté où des mesures physiques, chimiques et biologiques sont faites simultanément.

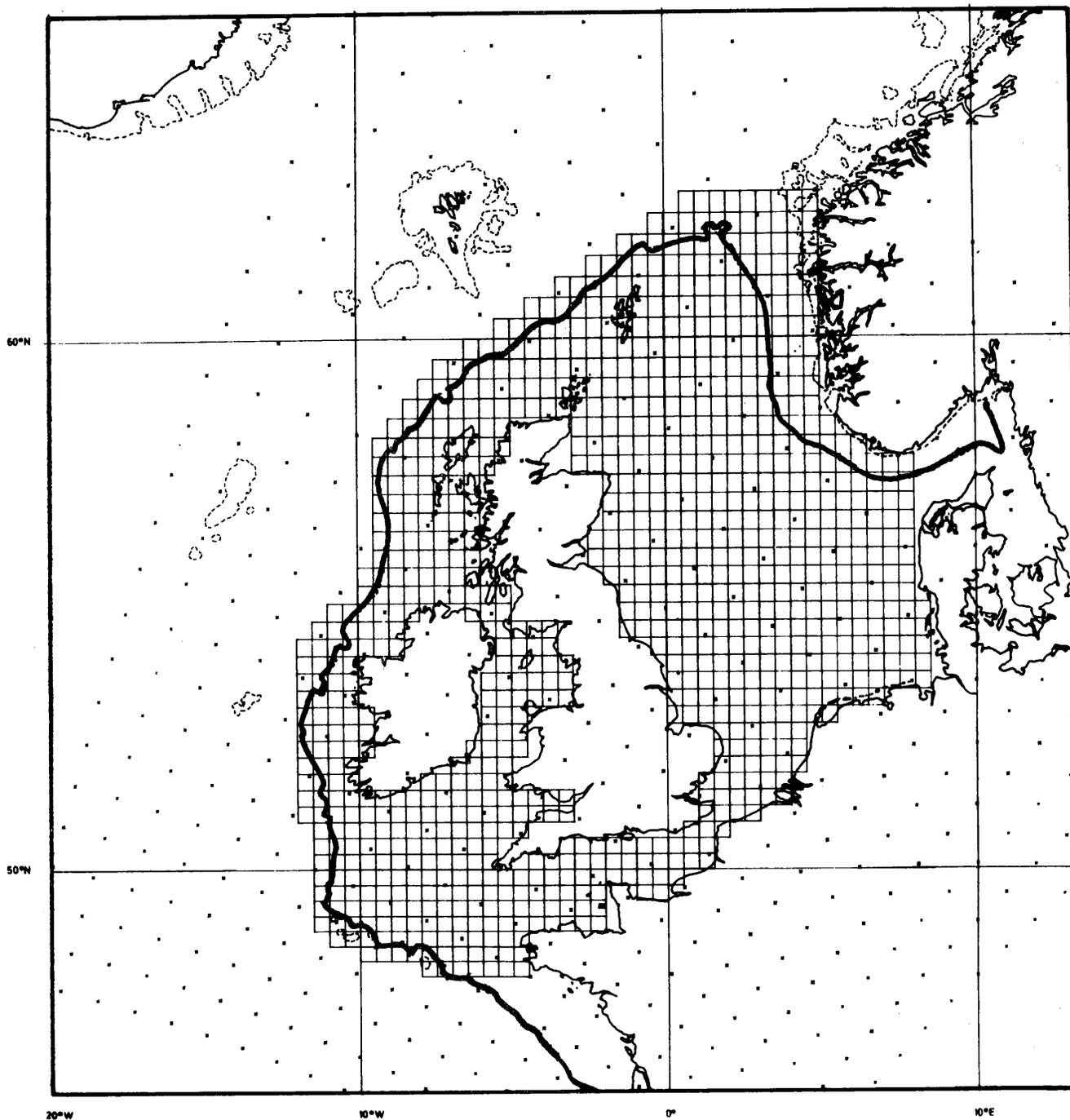


fig. 3.

Limite de la zone continentale nord-européenne (associée à l'isobathe de 100 brasses). Les points sont ceux du réseau des données météorologiques. La grille est celle d'un modèle mathématique de tempêtes.

Tableau 1

Concentrations de quatre métaux lourds dans les poissons (ppm dans les filets)				
A.- Métaux lourds dans les plies provenant de trois zones de pêche différentes				
	Hg	Cu	Pb	Zn
Zone côtière belge	0,2 ± 0,2	0,8 ± 0,3	0,3 ± 0,1	6,4 ± 1,6
Mer d'Irlande	0,4 ± 0,3	0,8 ± 0,4	0,4 ± 0,5	6,0 ± 1,7
Mer du Nord	0,2 ± 0,15	0,6 ± 0,2	0,4 ± 0,6	6,4 ± 2,6
B.- Métaux lourds dans quatre espèces de poissons pêchés en 1972 dans la zone côtière belge (ppm dans les filets)				
	Hg	Cu	Pb	Zn
Plie	0,2 ± 0,2	0,8 ± 0,3	0,3 ± 0,1	6,4 ± 1,6
Merlan	0,2 ± 0,2	1,1 ± 0,4	1,0 ± 1,0	10,6 ± 8,8
Morue	0,2 ± 0,2	0,7 ± 0,4	0,3 ± 0,1	5,1 ± 1,4
Sprat	0,15 ± 0,05	1,3 ± 0,5	1,7 ± 1,4	24,3 ± 5,7

Le tableau 1 donne en illustration les concentrations, dans quelques espèces importantes de poissons, de quatre métaux toxiques : mercure (Hg), cuivre (Cu), plomb (Pb) et zinc (Zn).

A chaque endroit du tableau, le premier chiffre représente la concentration moyenne, le second chiffre une estimation de la dispersion autour de cette moyenne due à la distribution statistique au sein des échantillons, aux variations saisonnières, etc.

La dispersion est importante, encore que les valeurs excessives comme celle des teneurs en plomb de la plie reflètent probablement des réactions physiologiques spécifiques d'une espèce particulière. Les teneurs en plomb dans les soles, par exemple, sont en moyenne de 0,4 ppm dans les trois régions tests avec une dispersion de 0,1 à 0,2 ppm au maximum.

Dans le cas du mercure, une attention particulière doit être portée aux composés méthylmercurés extrêmement toxiques. Dans tous les échantillons analysés, on observe que la proportion de méthylmercure

décroît lorsqu'augmente la teneur totale en mercure : les poissons faiblement contaminés contiennent proportionnellement plus de méthylmercure (par exemple, une plie d'une teneur de 0,1 ppm de mercure total contient presque 0,1 ppm de méthylmercure, tandis qu'une plie d'une teneur de 0,5 ppm de mercure total contient seulement 0,2 ppm de méthylmercure). Il s'ensuit que la concentration moyenne en méthylmercure n'est pas très différente de la concentration moyenne totale (0,16 ppm, par exemple, au lieu de 0,2 ppm) mais que la dispersion des concentrations en méthylmercure est beaucoup plus petite.

Il semble par conséquent qu'un chiffre de 0,2 ppm de mercure dans les filets peut être pris comme représentatif de la contamination au mercure des poissons de la zone côtière belge. La concentration moyenne de mercure dans la colonne d'eau, dans la même région, étant de l'ordre de 0,2 ppb, on voit apparaître ainsi un facteur de concentration de  $10^3$  entre les teneurs dans l'eau et les teneurs dans les poissons.

Des expériences de laboratoire réalisées avec des poissons exposés à des eaux de plus en plus contaminées, montrent que -- bien que le taux d'accumulation croisse moins rapidement aux fortes doses, indiquant un léger effet de saturation -- il n'y a apparemment aucune concentration limite au-delà de laquelle le poisson ne peut survivre.

La figure 4 montre par exemple le taux d'accumulation du mercure dans les anguilles. Des anguilles intoxiquées par du mercure à des doses subléthales accumulent des quantités considérables de mercure et deviennent résistantes à des concentrations qui auraient autrement entraîné la mort [Math. Modelsea (1975)].

Cet effet peut être associé à la formation dans différents organes de l'anguille de protéines du type "methallothionein". Ces protéines de faible poids moléculaire contiennent de nombreux groupes SH possédant une très grande affinité pour les métaux lourds. Elles sont normalement présentes dans les poissons où elles contrôlent les teneurs

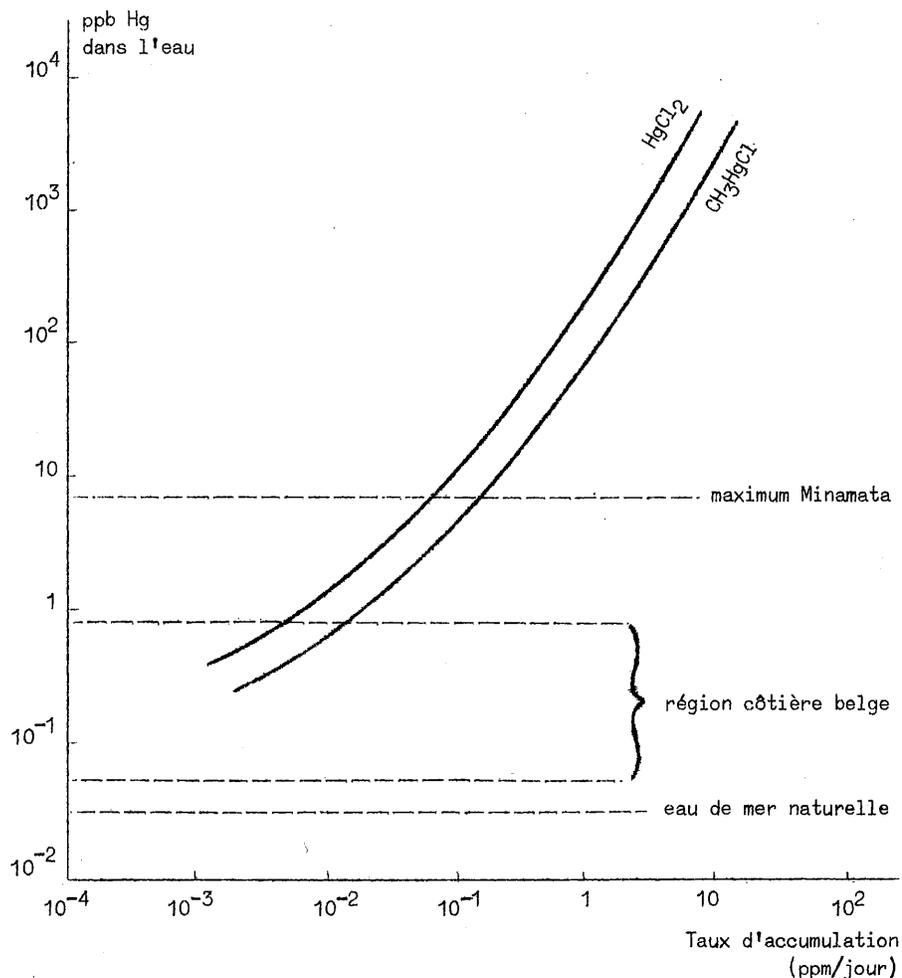


fig. 4.

Taux d'accumulation du mercure dans l'anguille en fonction de la concentration dans l'eau (expérience de laboratoire, J.M. Bouquenaux, Dissertation doctorale, Université de Liège, 1975)

cellulaires en métaux essentiels tels que le zinc et le cuivre. Leur synthèse est accélérée lorsque le poisson est exposé à des eaux contaminées en métaux lourds.

On peut prédire que — les décharges industrielles augmentant de façon continue la pollution de la mer — les métaux lourds vont s'accumuler dans les poissons, mollusques et crustacés à un point tel que les produits de la mer deviendront impropres à la consommation par l'homme.

Il est impérieux de protéger les ressources énormes en nourriture qu'offre la mer. Des limites de tolérance doivent être fixées et une action doit être entreprise pour organiser les déversements à la côte et au large et empêcher la contamination irrévocable des produits marins.

Cette action n'est rien d'autre que la *gestion* de la mer réclamée par tous.

### 3.- Impacts de l'homme sur le système marin

Les résidus des activités industrielles, agricoles et urbaines échouent invariablement à la mer. Certains y sont déversés directement de façon accidentelle (naufnage, par exemple) ou organisée. D'autres cheminent par les eaux souterraines, les rivières, les canaux et les égouts côtiers. Certains enfin sont apportés par l'atmosphère.

La pollution des eaux côtières ne cesse d'augmenter entraînant une contamination progressive du réceptacle océanique.

Avant de pouvoir songer cependant à imposer des contraintes aux rejets d'origines multiples, il est indispensable d'en faire l'inventaire et de déterminer leurs rôles respectifs dans la détérioration du milieu.

La figure 5 montre par exemple la région côtière belge étudiée particulièrement soigneusement dans le cadre du Programme National.

Le long de la côte belge, un relevé constant est effectué des caractéristiques physiques, chimiques et biologiques des fleuves, rivières et canaux (flèches droites) ainsi que des principaux égouts et émissaires (flèches ondulées) à Nieuport (N), Ostende (O), Blankenberge (B), Zeebrugge (Z), Heist (H) et à l'embouchure de l'estuaire de l'Escaut.

La frontière ouest est prise le long d'une ligne de courant résiduel déterminée par les modèles hydrodynamiques et séparant la zone du large - caractérisée par l'écoulement régulier vers le nord d'une branche du courant nord Atlantique venant de la Manche - de la zone

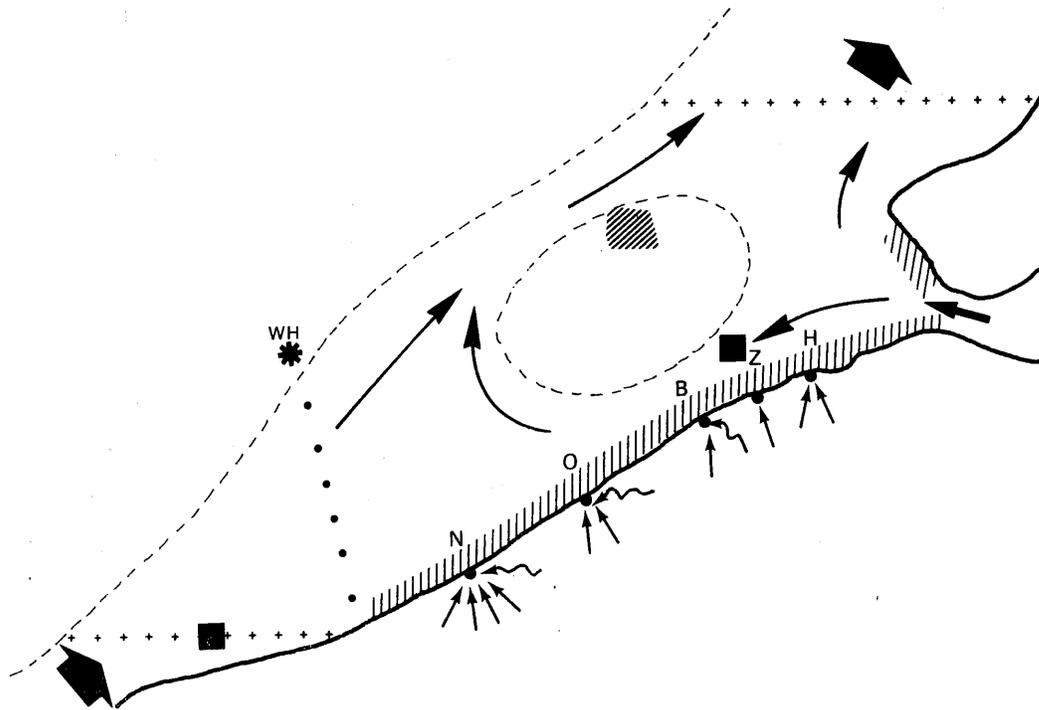


fig. 5.

Région côtière belge, indiquant les principaux apports de polluants et le réseau de surveillance des frontières.

côtière marquée par la présence d'un gyre résiduel (indiqué par la ligne de courant fermée sur la figure) créant dans cette région les conditions d'un "lagon extérieur". Les données relatives aux frontières en mer ouverte sont fournies par le bateau-phare West Hinder (WH), les croisières de mesure à bord des bateaux de la Force Navale, ainsi que trois bouées complètement équipées transmettant les informations à un centre informatique de compilation et de traitement à Ostende. L'aire hachurée au nord-ouest du gyre représente un important site de déversements sous surveillance constante. Les carrés noirs au large de Zeebrugge et sur la frontière sud sont des plateformes permanentes destinées à des mesures automatiques aussi bien qu'à des prélèvements manuels suivis d'analyse. Une ligne de courantomètres est maintenue entre le West Hinder et la côte (ligne pointillée) et est étendue

jusqu'à Lowestoft sur la côte anglaise chaque fois que des campagnes de mesures internationales le demandent.

L'évaluation des échanges entre la colonne d'eau et l'atmosphère d'une part, les sédiments du fond d'autre part, constitue une partie indispensable du programme de surveillance. En particulier, le gyre résiduel est responsable de l'entraînement vers le sud des eaux très turbides de l'Escaut et de l'accumulation progressive de vases près de la côte au nord d'Ostende. Ces vases, extrêmement riches en polluants tels que les métaux lourds, peuvent être remises en circulation par les tempêtes et constituent un dangereux stock de substances contaminantes.

La gestion de la zone côtière belge exige le maintien d'un réseau de surveillance des sources tant côtières qu'atmosphériques ou marines et l'établissement de contraintes sur les rejets afin d'assurer la qualité souhaitée des eaux en combinant les impératifs d'une société moderne industrielle et la nécessité de préserver les ressources naturelles irremplaçables.

#### 4.- Fonction de transfert et modèle mathématique

Les deux sections précédentes illustrent bien la difficulté fondamentale de la gestion marine : tandis que l'homme définit des *critères de qualité* pour les *produits* de la mer, il ne peut imposer des *contraintes* que sur la localisation et l'ampleur des *sources* industrielles et urbaines de pollution. La *gestion* du système marin apparaît ainsi comme un problème de *commande optimale* visant à satisfaire à des *critères* imposés à la *sortie* du système en imposant des *contraintes* à l'*entrée* de celui-ci.

Pour pouvoir mettre sur pied un programme de gestion marine, il est par conséquent indispensable de déterminer la *fonction de transfert* qui relie les entrées aux sorties. Ceci requiert l'*identification des chemins de la pollution* à travers le système marin, la détermination des processus physiques, chimiques et écologiques fondamentaux qui interagissent et gouvernent la dynamique du système et finalement l'*évaluation*

des flux (de nutriments, de polluants, ...) à travers le système (fig. 6).

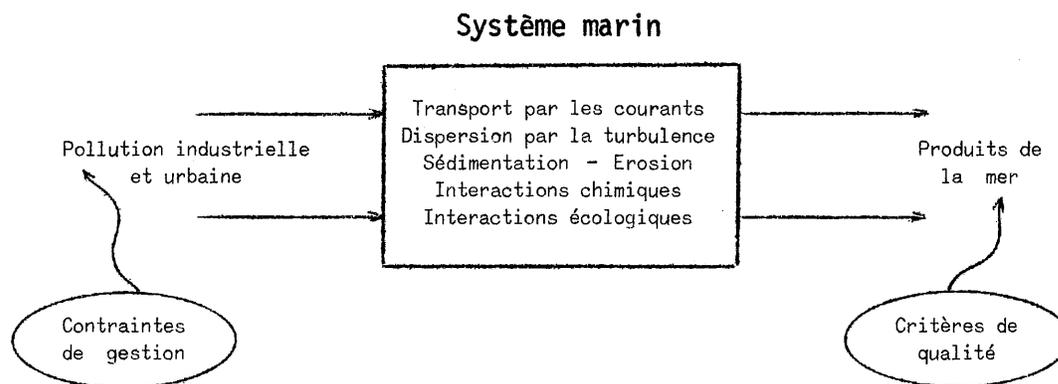


fig. 6.

Cette *compréhension prédictive* du système marin est précisément l'objectif du *modèle mathématique*.

En identifiant qualitativement et quantitativement les processus physiques qui président au transport et à la dispersion des nutriments et des polluants, les interactions chimiques et écologiques qui commandent leur flux à travers les chaînes trophiques, le modèle mathématique détermine la fonction de transfert qui relie la localisation et l'intensité des sources de pollution, les concentrations subséquentes dans l'eau et les sédiments et la contamination résultante de la chaîne alimentaire. Fournissant une évaluation de la quantité prévisible de poissons et de leur niveau de pollution, le modèle peut assister les décisions de Santé Publique. Travaillant en sens inverse et partant des normes de Santé Publique, le modèle définit pour le gestionnaire le problème de l'optimisation dans le cadre des impératifs économiques, de l'ampleur et de la localisation des sources de pollution, rejets côtiers et déversements en mer.

Références

MATH. MODELSEA, (1975). I.C.E.S. Hydrography Committee and Fisheries Improvement Committee, C 21.

NIHOUL, J.C.J., (1975). *Modelling of Marine Systems*, Elsevier Publ., Amsterdam.

NIHOUL, J.C.J., (1976). An interdisciplinary mathematical model applied to the Southern Bight of the North Sea, *Ecological Modelling*, 2, 1.

## Chapitre II

### Analyse des systèmes marins

#### Construction d'un modèle mathématique interdisciplinaire

par

Jacques C.J. NIHOUL

#### 1.- Introduction

La présence de nombreuses variables indépendantes rend la description des écosystèmes difficile. La simple collecte des données et leur compilation sont des tâches tellement considérables que l'on a souvent ignoré la nécessité de faire plus.

La situation alarmante des problèmes écologiques réclame cependant une compréhension plus profonde et un contrôle plus strict et plus rationnel de l'environnement.

Surveillance, contrôle et gestion ne sont possibles que si, pour une *sélection de variables représentatives*, on peut *prédire l'évolution* et, dans le cadre de contraintes et de tolérances appropriées, déterminer, par *optimisation*, les compromis indispensables entre les impératifs d'une industrialisation croissante et d'une société d'abondance et les nécessités de préserver les irremplaçables ressources naturelles.

Afin de prédire l'évolution de variables sélectionnées, on doit avoir une idée, un modèle de leur comportement.

Il existe différents types de modèles. Il y a tout d'abord les *modèles littéraires*, comme les modèles articulés démontrant les mouvements

possibles d'une jambe ou d'un bras, il y a les *modèles à échelle réduite* comme la maquette d'avion que l'on teste au laboratoire, il y a, plus élaboré, les *modèles physiques* qui simulent les phénomènes par d'autres qui leurs sont complètement étrangers mais qui ont un comportement *analogue* comme un circuit électrique reproduisant une interaction écologique ou le mouvement d'un projectile. De tels modèles peuvent être appelés *iconiques* car ils s'inspirent essentiellement d'une image concrète du phénomène. Ils sont avantageux pour les études préliminaires des problèmes simples (on peut construire un modèle réduit de bassin pour y étudier la houle mais un tel modèle ne saurait servir à l'étude de la pollution chimique du bassin et de son écologie).

A l'opposé, le *modèle mathématique* s'inspire d'une image abstraite du phénomène, un système de symboles et d'équations adaptés au traitement numérique sur l'ordinateur.

Le modèle mathématique a non seulement une portée quasi illimitée mais il contient en lui tous les modèles iconiques concevables. En effet, si des processus physiques distincts peuvent être utilisés pour simuler le même phénomène c'est, fondamentalement, parce qu'ils sont décrits par les *mêmes équations* mathématiques et que les *mêmes équations* (soumises aux *mêmes conditions initiales* et aux *mêmes conditions aux limites*) donnent les *mêmes solutions*. Peu importe le sens du symbole mathématique : un potentiel électrique, une fonction de courant, une température, ...

Le modèle mathématique est adapté au calcul analogique, digital ou hybride et joue un rôle clef dans le processus de *simulation mathématique*.

Les étapes successives d'une simulation mathématique sont indiquées à la figure 7. Dans la suite, chacune d'elle est discutée en relation avec la simulation du système marin.

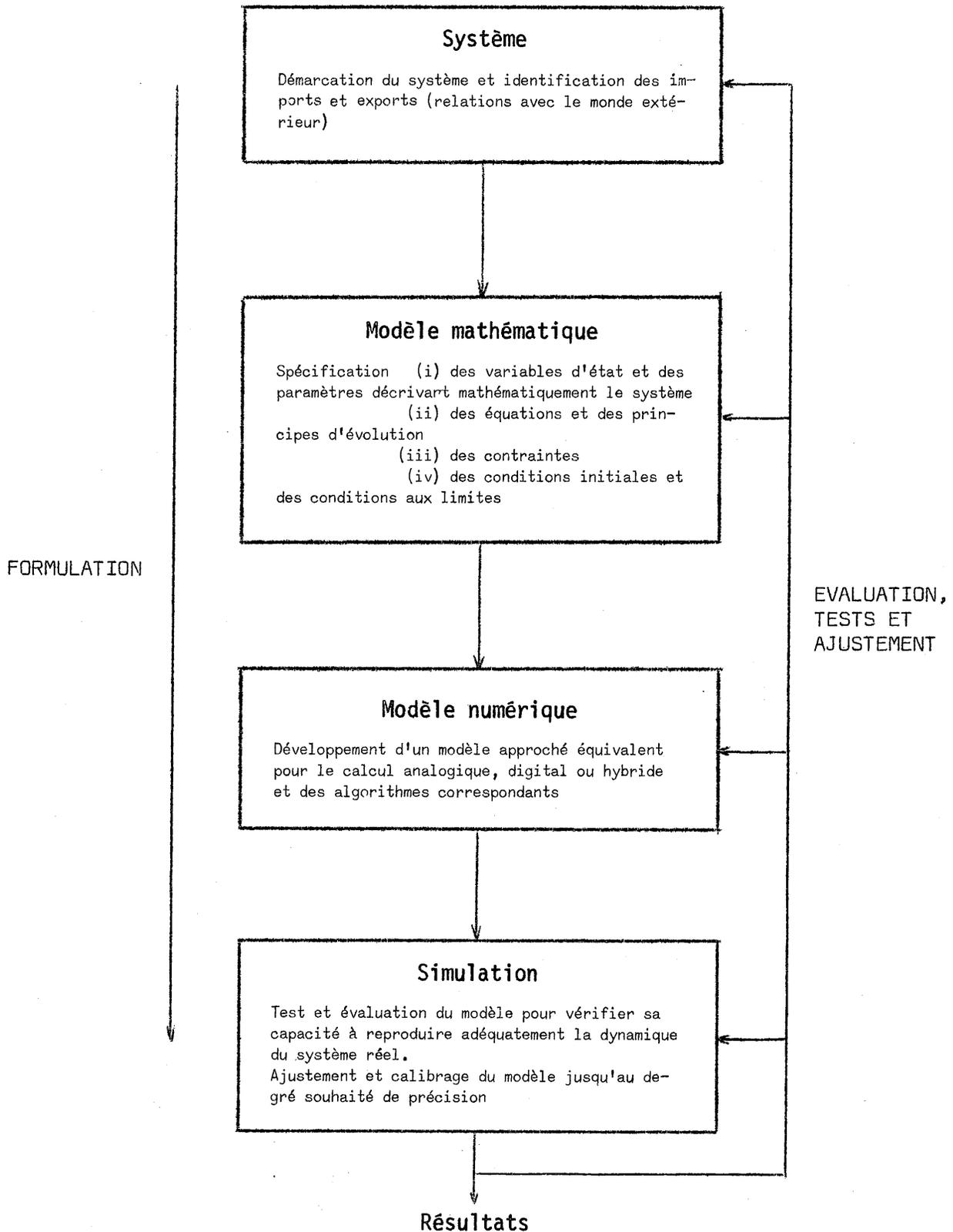


fig. 7.

## 2.- Démarcation du système marin

Afin de modéliser un système marin, il est tout d'abord nécessaire de *définir le système* sans ambiguïté, de le *distinguer du monde extérieur* et d'identifier les échanges entre le système et l'extérieur (imports et exports).

La définition du système implique, en premier lieu, la spécification de sa configuration géographique et de son époque. Autrement dit, le système doit être clairement situé dans l'espace physique  $x - t$ .

De toute évidence, ceci n'est pas suffisant pour définir le système à des fins de modélisation. Il ne suffit pas de dire où est le système, il faut dire ce qu'il est.

Ce qu'un système marin est en réalité est évidemment abominablement complexe et c'est pour cette raison qu'un modèle est nécessaire. Le modèle doit, pour commencer, identifier les propriétés du système réel qui sont essentielles et déterminer combien d'entre elles sont requises, dans le cadre des objectifs du modèle, pour fournir une description satisfaisante (la plus simple possible) du système. En d'autres termes, le modèle doit *identifier le système* pour son propre usage et spécifier les variables qui sont nécessaires et suffisantes pour décrire, avec la précision souhaitée, *l'état du système*.

La *démarcation* du système implique, par conséquent, sa délimitation dans l'espace  $x - t$  (le *support* du système) et la spécification de son *émergence* dans l'espace des *variables d'état* (fig. 8).

En principe, le système marin, limité à l'interface air-mer et au fond, devrait couvrir l'océan tout entier. Il est clair qu'une telle ambition n'est pas raisonnable et, en pratique, on est intéressé à modéliser, pendant une période de temps donnée, un estuaire, un golfe, une mer littorale ou continentale selon son objectif particulier. Il y a toujours des limites temporelles et géographiques au système.

L'envergure du système est en relation directe avec son propos. On songe naturellement à diviser le système marin en trois sous-systèmes, physique, chimique et biologique. La plupart des modèles, dans le passé, se sont d'une façon ou d'une autre conformés à cette approche

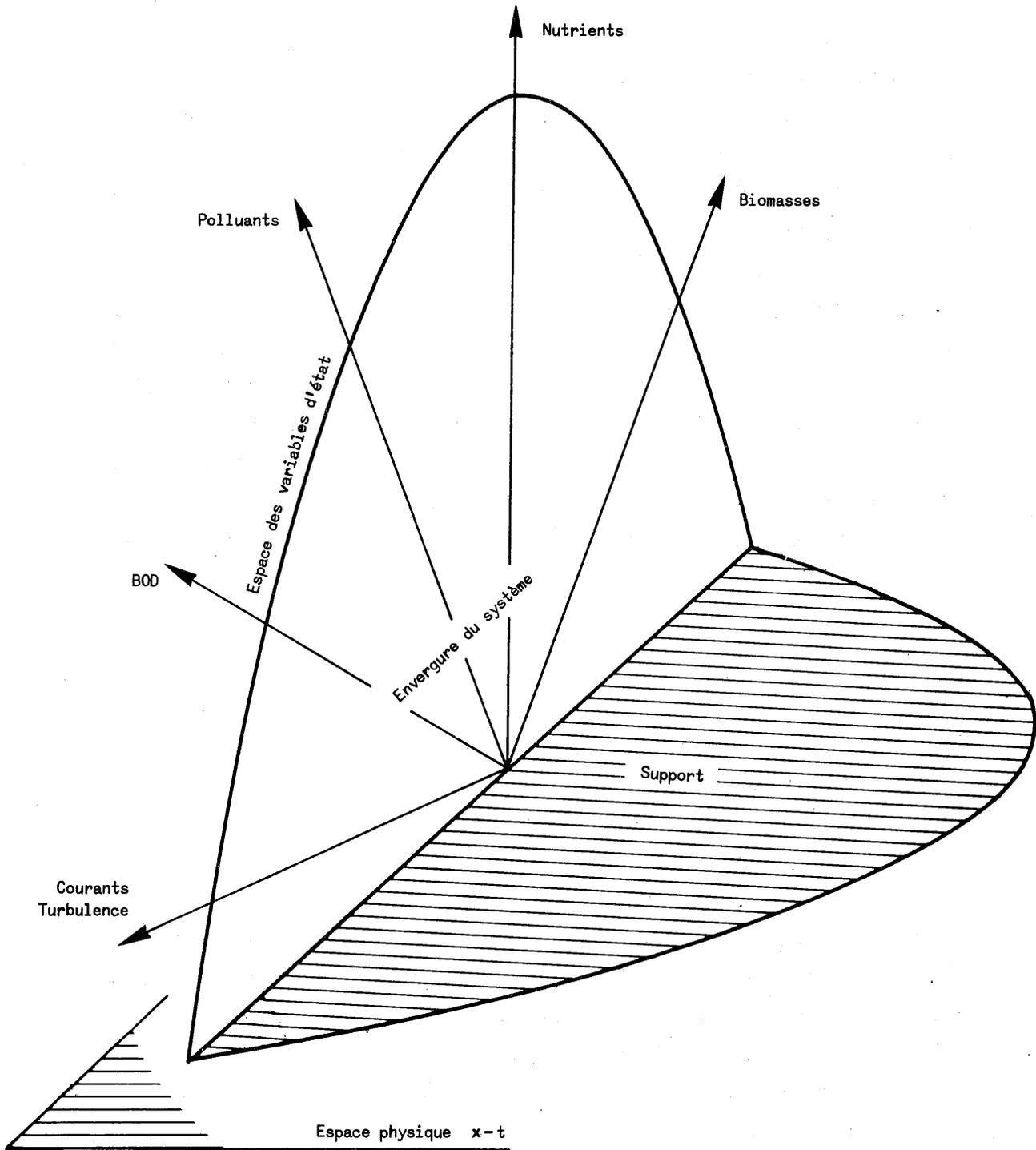


fig. 8.  
Schéma de démarcation du système marin

simplifiée. On réalise, cependant, aujourd'hui, en particulier dans les problèmes de pollution, les limites de tels modèles et la nécessité d'une *étude* vraiment *interdisciplinaire*.

Le caractère interdisciplinaire du modèle augmente son volume. Néanmoins, de même qu'il est confiné dans l'espace physique, le système doit être limité en envergure aux variables d'état qui sont essentielles pour décrire son comportement dans le cadre des objectifs qu'on s'est fixés.

Le même *système naturel* peut, par conséquent, être représenté par plusieurs *systèmes modèles* qui, normalement, ont le même support mais qui diffèrent par leur envergure et qui engendrent des types différents de modèles mathématiques selon leurs desseins particuliers. Ces modèles doivent être considérés comme des sous-ensembles d'un modèle universel en gestation dont la construction doit être poursuivie afin de conserver la trace de tous les aspects qui ont été sacrifiés pour arriver rapidement à des résultats, partiels sans doute, mais déjà concluants.

### 3.- Réduction des dimensions du système

Dans de nombreux cas, on ne s'intéresse pas au détail de la dynamique du système mais seulement à son comportement "moyen" ou "global" dans un certain sens.

Des moyennes peuvent être faites dans l'espace d'état comme dans l'espace physique. De nombreux modèles d'estuaires, par exemple, se limitent à l'évolution dans le temps et dans le sens du fleuve de propriétés moyennes sur la profondeur et la largeur. Ceci revient à réduire le support à une dimension spatiale et une dimension temporelle. Dans un premier stade, un modèle hydrologique peut se borner à la description de la salinité et de la turbidité qui peuvent être définies respectivement comme les concentrations totales des substances en solution et en suspension. Dans une étape ultérieure, le modèle peut être perfectionné et inclure les concentrations totales de substances

chimiques essentielles (nutrients, polluants, ...) en solution et en suspension ou s'étendre à l'analyse des chaînes trophiques, considérées dans leur ensemble ou divisées en un nombre limité de groupes d'espèces (phytoplancton, zooplancton, benthos, ...). Dans ces derniers exemples, la réduction porte sur l'envergure du système.

Un domaine qui est décrit uniquement par ses propriétés moyennes ou globales est appelé une *boîte* dans l'espace physique et un *compartiment* dans l'espace d'état. Le transfert d'une propriété d'une boîte à une autre est appelé un *flow*, le transfert d'un compartiment à un autre une *translocation*.

Dans les exemples précédents, chaque section droite de l'estuaire est traitée comme une boîte, les substances dissoutes, les suspensions, les divisions des chaînes trophiques sont traitées comme des compartiments.

Ainsi, selon les objectifs particuliers du modèle, la démarcation du système peut être plus ou moins sévère. Elle implique, en général,

i) la définition du support, c'est-à-dire la délimitation de la région géographique et de la période de temps qui feront l'objet de l'étude;

ii) la définition de l'envergure, c'est-à-dire la spécification des variables d'état qui sont essentielles pour le problème posé;

iii) la réduction du support, c'est-à-dire l'intégration sur une ou plusieurs coordonnées spatiales ou sur le temps;

iv) la réduction de l'envergure, c'est-à-dire la restriction aux propriétés globales de compartiments appropriés de l'espace d'état.

En plus des propriétés moyennes des compartiments, il est parfois utile de suivre en tant que telle une substance chimique ou une espèce vivante qui a révélé un comportement illustratif du système tout entier. Des variables d'état additionnelles peuvent ainsi être introduites pour décrire des *traceurs* représentatifs.

#### 4.- Imports -- Exports

Les interactions du système avec "le monde extérieur" fournissent les *imports* et les *exports* au système.

L'identification de tous les imports et de tous les exports est essentielle à la construction du modèle mathématique.

La délimitation géographique du système introduit des frontières côtières et maritimes où ont lieu des échanges avec l'extérieur. Ces échanges constituent des *imports-exports "aux limites"*. Il en est de même des interactions entre la mer et l'atmosphère et entre la mer et les sédiments de fond.

En plus des interactions frontières, le monde extérieur influence le système par des *forces*, des *sources* et des *puits "de volume"* (forces de gravitation et de marées, radiation solaire, déversements, pêches, ...) (fig. 9).

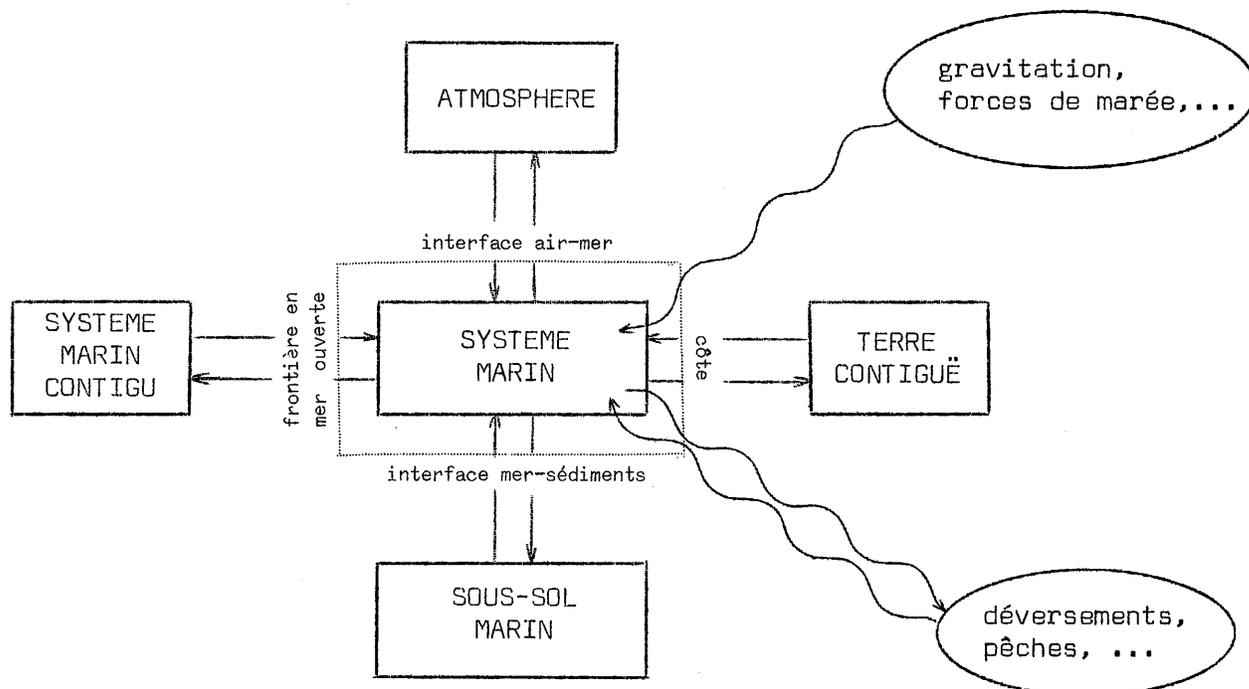


fig. 9.

La limitation de l'envergure du système introduit une autre forme de séparation entre le système et l'extérieur correspondant à des échanges qui doivent apparaître également comme des imports et des exports.

Il faut insister sur ce point car on est naturellement tenté d'associer les concepts d'"intérieur" et d'"extérieur" à la démarcation physique du système seulement et de considérer erronément comme parties internes du système toute variable ou tout mécanisme qui se situe, dans l'espace et dans le temps, à l'intérieur du support du système.

En modélisation, cependant, un système est défini par son envergure autant que par son support et tous les éléments qui n'appartiennent pas à l'espace des variables d'état doivent être traités comme des composantes du monde extérieur même s'ils sont concomitants avec le système dans l'espace physique.

Par exemple, les modèles de productivité primaire décrivent habituellement les interactions entre la concentration totale de nutriments et les biomasses de phytoplancton et de zooplancton. Certains modèles incluent également les bactéries marines dans les variables d'état, d'autres modèles ne le font pas<sup>1</sup>. Les bactéries qui vivent dans la région marine étudiée font évidemment partie du système naturel mais elles n'appartiennent au système mathématique que dans le premier type de modèles. Dans les modèles du second type, elles font clairement partie du monde extérieur et leur influence sur la dynamique du système doit apparaître comme un import de l'extérieur.

##### 5.- Variables d'état

La première étape dans la construction d'un modèle mathématique est la définition du support et de l'envergure du système. La

---

1. Le rôle des bactéries a été discuté à la NATO Science Committee Conference on Modelling of Marine Systems, OFIR, Portugal, June 4-8, 1973 [e.g. Pichot (1973)].

définition de l'envergure implique la sélection d'un *nombre limité* de *variables d'état représentatives*. Il doit y en avoir suffisamment pour décrire adéquatement le comportement du système mais leur nombre doit être limité pour maintenir le modèle dans des limites raisonnables imposées par la capacité et le coût des outils de calcul.

D'une façon idéale, si l'on désirait — et si l'on pouvait — décrire le système marin naturel dans son énorme complexité, on devrait déterminer les concentrations et les vitesses de toutes formes de substances chimiques (dissoutes, particulaires, ...) et de toutes les espèces vivantes en tous les points du support.

Une telle description est évidemment irréalisable et la première préoccupation d'un modèle est de remplacer le système naturel complexe par un système modèle plus simple.

i) La première simplification est obtenue en introduisant des variables globales pour décrire la mécanique du mouvement. L'eau de mer étant un *mélange* de substances dissoutes, de matières particulières, d'espèces vivantes, ..., si  $\rho_i$  et  $V_i$  représentent respectivement la masse spécifique (masse par unité de volume) et la vitesse du constituant  $C_i$ , on définit la masse spécifique du mélange :

$$(1) \quad \rho = \sum \rho_i ,$$

le vitesse du mélange :

$$V = \frac{\sum \rho_i V_i}{\sum \rho_i}$$

où les sommes sont effectuées sur tous les constituants.

La dynamique marine est analysée en termes de  $\rho$  et  $V$  et de variables associées telles que la pression et la température.

ii) Le second type de simplification est associé à la restriction des variables chimiques et biologiques à celles qui sont essentielles. En d'autres termes, on ne considère pas tous les constituants  $C_i$  mais un nombre limité d'entre eux.

iii) L'envergure du système est ensuite réduite davantage en renonçant à étudier toutes les formes, combinaisons et variétés des constituants

selectionnés et en se limitant pour la plupart d'entre eux à leurs concentrations globales dans un certain nombre de compartiments; un nombre très restreint étant éventuellement étudiés individuellement comme traceurs.

Les masses spécifiques totales des différents compartiments doivent évidemment figurer parmi les variables d'état. D'une importance particulière à cet égard sont la masse spécifique de toutes les substances dissoutes (la *salinité*)  $\rho_s$ , la masse spécifique des suspensions (la *turbidité*)<sup>1</sup>  $\rho_t$  et les biomasses spécifiques de compartiments vivants tels que le phytoplancton, le zooplancton, ... exprimées généralement en une unité universelle (teneur en carbone, par exemple).

Les variables d'état compartimentaires sont notées  $\rho_\alpha$ . On dit que  $\rho_\alpha$  désigne la masse spécifique du "constituant  $\alpha$ " en étendant le concept de constituant puisqu'il peut désigner, dans le contexte du modèle, un compartiment entier (toutes les substances dissoutes, ...) ou la teneur globale d'un compartiment en un élément donné (nutrient, polluant, ...).

iv) L'influence de la température sur la dynamique des systèmes marins a déjà été mentionnée. C'est une variable *thermodynamique* enracinée dans la mécanique statistique du système.

Des variables écologiques d'origine statistique similaire telles que l'indice de diversité ou l'indice de stabilité sont souvent utiles pour caractériser la *santé* d'un écosystème et fournir des informations précieuses, sans entrer dans le détail des biomasses et des concentrations de polluants. Le qualificatif "thermodynamique" — inspiré des récents progrès de la thermodynamique irréversible en biologie et en écologie — est souvent utilisé également pour indiquer ce type de variable.

v) Une simplification importante est introduite en séparant chaque variable en une moyenne et une fluctuation dont seul l'effet global —

---

1. Il faut noter que la distinction entre salinité et turbidité est, dans un sens, arbitraire car l'expérimentateur définit comme dissous tout ce qui passe à travers un filtre d'une finesse conventionnelle.

pas les détails — apparaît dans le modèle. Cette simplification résulte en fait d'une réduction du support temporelle du système.

En effet, on construit un modèle dans le but de simuler une certaine gamme de phénomènes. Soit  $T$  le temps caractéristique le plus petit de ceux-ci. Des processus oscillants ou erratiques dont les temps caractéristiques sont beaucoup plus petits que  $T$  tendent à s'annihiler mutuellement sur une période d'ordre  $T$ . Ils ne contribuent, par conséquent, à la dynamique du système qu'à travers des termes non-linéaires que l'on peut espérer représenter globalement grâce à une hypothèse de fermeture appropriée. Cet argument qualitatif peut être exprimé mathématiquement en introduisant une moyenne temporelle — au sens de la méthode de Krylov, Bogoliubov et Mitropolsky — sur une période de temps intermédiaire suffisamment petite pour que les phénomènes étudiés ne soient pas sensiblement affectés par la moyenne mais suffisamment grande pour éliminer les détails des rapides processus erratiques et oscillatoires encombrant l'analyse.

vi) La réduction du support en intégrant sur une ou plusieurs coordonnées de l'espace conduit à d'importantes simplifications additionnelles. L'intégrale ou la moyenne dans une direction spatiale élimine, par exemple, la composante correspondante de la vitesse qui reste uniquement à déterminer aux frontières pour connaître les imports et les exports dans la boîte. Ainsi, dans un modèle intégré sur la profondeur, le vecteur vitesse est réduit à un vecteur horizontal à deux composantes, dans un modèle d'estuaire intégré sur la profondeur et la largeur, la vitesse se réduit à une seule composante dans l'axe du fleuve; dans un modèle boîte complètement intégré sur une région entière de l'espace, les déplacements des masses d'eau à l'intérieur de la boîte deviennent sans objet et, pourvu que les imports et les exports aux frontières de la boîte puissent être évalués, la vitesse disparaît des variables d'état.

## 6.- Paramètres de commande

En plus des variables d'état, différents types de paramètres apparaissent inévitablement dans la description mathématique du système. On peut les considérer comme des *paramètres de commande* car il influence l'évolution du système (et par conséquent apparaissent dans les équations d'évolution) mais ne sont pas prédits par le modèle lui-même (il n'y a pas d'équation d'évolution spécifique à leur endroit).

La première catégorie de paramètres de commande à laquelle on pense sont les *paramètres de guidage* qui sont à la disposition de l'homme pour gérer le système marin selon quelque dessein optimal.

La plupart des paramètres, cependant, ne peuvent pas être choisis conformément à des préoccupations de gestion. Ils sont imposés par la nature. Ces paramètres sont issus de la démarcation initiale du système de la nécessité de restreindre le nombre des variables d'état et du besoin de formuler les lois d'évolution d'une façon simple et d'un traitement facile. Ils reflètent tous les aspects du système naturel que le modèle ne peut prendre en charge parce que les équations additionnelles requises pour leur prédiction compromettraient la simulation par leur difficulté, l'incertitude de leur formulation ou simplement parce qu'elles augmenteraient les dimensions du système au-delà des limites des ordinateurs.

Bien qu'ils soient rarement connus *a priori* et doivent, dans la plupart des cas, être déterminés approximativement par des modèles séparés, des données expérimentales et l'intuition théorique, les paramètres de commande qui résultent de la fermeture du système doivent être regardés, dans la terminologie de la théorie de la commande optimale, comme *fixés* et distincts, par conséquent des paramètres de guidage évoqués plus haut.

La séparation entre variables d'état et paramètres de commande est, évidemment, plus ou moins arbitraire et fonction des capacités et des ambitions du modèle. Par exemple, tous les modèles de productivité primaire (variables d'état : nutriments, bactéries et plancton) sont commandés par la lumière incidente. Dans une première étape, la lumière

incidente peut être prise comme un paramètre de commande fixé et remplacée par sa valeur empirique à chaque période de l'année. Le modèle peut être raffiné et donner la lumière incidente à chaque profondeur en fonction de l'intensité lumineuse à la surface faisant usage de la transparence de l'eau comme nouveau paramètre de commande. Dans une version encore plus élaborée du modèle, la transparence de l'eau peut être incluse dans les variables d'état et induite de la turbidité qui elle même peut être prédite par le modèle.

Les exemples de paramètres de commande sont nombreux : le coefficient d'échange à travers la thermocline dans des modèles à deux couches, les vitesses de réactions chimiques à déterminer indépendamment par des expériences de laboratoires ou une théorie moléculaire fondamentale conduite en parallèle avec le modèle sans faire partie de celui-ci, les coefficients d'interactions écologiques, etc.

La dynamique des translocations (transfert d'un élément chimique d'un compartiment à un autre) doit être mise sous une forme mathématique appropriée. Ceci n'est possible en général qu'à condition d'introduire plusieurs paramètres de commande dont les valeurs ne peuvent être déterminées qu'expérimentalement.

Les variables d'état sont, comme on l'a vu, séparées en leurs valeurs moyennes et leurs fluctuations associées à des mouvements rapides oscillatoires ou erratiques. Le modèle construit pour décrire les variables moyennes est fortement affecté par les fluctuations qui agissent à travers les termes non-linéaires même si, en gros, elles se détruisent sur toute période de temps caractéristique du processus moyen.

Les oscillations rapides désordonnées, l'agitation erratique de la mer produisent une dispersion accélérée, semblable à la diffusion moléculaire mais, de loin, beaucoup plus efficace. Sur le modèle de la diffusion moléculaire, des *coefficients de dispersion* (ou "diffusivités tourbillonnaires") sont introduits pour décrire le mélange produit par l'agitation macroscopique de l'eau. Ces coefficients sont des paramètres de commande très importants. On leur donne en général

une forme semi-empirique en partie induite des observations, en partie suggérée par les études théoriques de la *turbulence*.

### 7.- Equations, principes et contraintes d'évolution

Les variables d'état sont gouvernées par un système d'équations d'évolution qui peuvent être algébriques ou différentielles. Elles expriment la conservation de quantité de mouvement, de masses, d'énergie, etc. et se traduisent par des relations entre les variations temporelles des variables d'état et les causes de ces variations : forces extérieures, imports et exports locaux, interactions internes, entraînement par les courants, dispersion par la turbulence et migration.

Le mot migration indique un mouvement individuel relatif au mouvement d'ensemble défini par la vitesse du mélange  $V$ . En général, en effet, les vitesses individuelles  $V_a$  ne sont pas exactement égales à  $V$ . Ainsi

$$(3) \quad \rho_a V_a = \rho_a V + \rho_a (V_a - V) .$$

Le premier terme du membre de droite représente le *flow* du "constituant  $\alpha$ " tandis que le second terme est le *flux*. Le flux est dû en première instance à la *diffusion moléculaire*. Celle-ci, cependant, est presque toujours négligeable vis-à-vis de la *dispersion turbulente* qui est due à cette partie du *flow* qui correspond aux fluctuations erratiques de mouvement et qui apparaît explicitement dans les équations d'évolution une fois que le champ de vitesse a été séparé en un champ moyen d'advection et des fluctuations autour de cette moyenne. En pratique, la diffusion moléculaire est incluse *de facto* dans les termes de dispersion turbulente.

D'autres contributions au flux proviennent du déplacement des animaux "de leur propre gré" à travers les masses d'eau (migration horizontale des poissons, mouvement vertical du plancton avec la lumière, ...), de la sédimentation des particules lourdes ou de l'élévation de constituants légers ou de gaz.

Les flux de ce type sont groupés sous l'appellation générale de "migration".

Certains types de migration (comme la sédimentation) peuvent être formulés relativement aisément, d'autres (comme la migration des poissons) sont beaucoup plus difficiles à exprimer et, souvent, seules des données statistiques rudimentaires existent pour les estimer.

On admet en général que la masse spécifique  $\rho$  de l'eau de mer obéit à une équation de conservation de la forme :

$$(4) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0$$

où  $\nabla$  est l'opérateur vecteur,

$$(5) \quad \nabla \equiv \mathbf{e}_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \mathbf{e}_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \mathbf{e}_3 \frac{\partial}{\partial x_3} .$$

L'équation (4) peut être considérablement simplifiée si  $\rho$  peut être considéré comme la somme d'une masse spécifique de référence  $\rho_m$  et d'une petite déviation  $\rho'$  autour de  $\rho_m$  due aux variations de température, salinité, turbidité, etc. Si

$$(6) \quad \rho = \rho_m + \rho' \quad \text{avec} \quad \rho' \ll \rho_m ,$$

l'équation (4) implique

$$\nabla \cdot \mathbf{v} \sim O\left(\frac{v}{l} \frac{\rho'}{\rho_m}\right) \ll \frac{v}{l}$$

où  $v$  est une vitesse caractéristique et  $l$  une longueur caractéristique de ses variations spatiales. Il s'ensuit que, pour toute variable  $q$  :

$$\mathbf{v} \cdot \nabla q \gg q \nabla \cdot \mathbf{v} .$$

Dans ces conditions, (4) peut être remplacée par la condition d'incompressibilité

$$(7) \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 .$$

L'équation d'évolution du champ de vitesse est obtenue en exprimant la conservation de la quantité de mouvement et s'écrit :

$$(8) \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}) + 2 \rho \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{v} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} \mathbf{v} = - \nabla \pi + \rho \mathbf{F} + \mu \nabla^2 \mathbf{v}$$

où  $2 \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{v}$  est l'accélération de Coriolis,  $\pi$  la pression,  $\mathbf{F}$  la résultante des forces extérieures par unité de masse et  $\mu$  la viscosité moléculaire.

En général, l'équation (6) est applicable. Dans ce cas, on peut remplacer  $\rho$  par  $\rho_m$  dans tous les termes du membre de gauche. On doit toutefois conserver  $\rho$  dans  $\rho \mathbf{F}$  car  $\mathbf{F}$  contient l'accélération de la pesanteur  $\mathbf{g}$  qui est grande, comparée aux accélérations typiques du fluide [si bien que  $(\rho - \rho_m)g$  peut ne pas être négligeable].

L'approximation de  $\rho$  par  $\rho_m$  dans tous les termes de (8) sauf éventuellement dans la force de pesanteur et l'hypothèse d'incompressibilité (7) constituent l'*approximation de Boussinesq*.

Dans des mers peu profondes, bien mélangées comme le sud de la mer du Nord, la différence  $\rho - \rho_m$  est tellement faible qu'on peut supposer la masse spécifique constante dans tous les termes.

Si maintenant le champ de vitesse  $\mathbf{v}$  est séparé en une partie moyenne  $\mathbf{u}$  et une fluctuation  $\mathbf{w}$  de moyenne nulle et si  $p$  désigne la pression moyenne associée à  $\mathbf{u}$ , prenant la moyenne de (8), on obtient, dans le cadre de l'approximation de Boussinesq :

$$(9) \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + 2 \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{u} \mathbf{u} = - \nabla \left( \frac{p}{\rho_m} \right) + \left\langle \frac{\rho}{\rho_m} \mathbf{F} \right\rangle + \mathcal{D}$$

introduisant

$$(10) \quad \mathcal{D} = - \nabla \cdot \langle \mathbf{w} \mathbf{w} \rangle + \frac{\mu}{\rho_m} \nabla^2 \mathbf{u}$$

où  $\langle \mathbf{w} \mathbf{w} \rangle$  désigne la moyenne du terme quadratique  $\mathbf{w} \mathbf{w}$  et représente l'effet non-linéaire des fluctuations, responsable d'une dispersion de la quantité de mouvement semblable à la diffusion moléculaire mais considérablement plus efficace.

En raison de leurs effets similaires, il semble raisonnable d'exprimer  $\mathcal{D}$  sur le modèle de la diffusion moléculaire. On introduit pour cela un nouveau coefficient de dispersion  $\nu$  et, si en première instance on le suppose constant, on écrit :

$$(11) \quad \mathcal{D} = \nu \nabla^2 \mathbf{u} ;$$

$\nu$  joue le rôle d'un paramètre de commande.

Dans un modèle plus élaboré, on peut considérer des coefficients de dispersion différents dans les différentes directions et admettre, de façon plus générale, qu'ils sont fonctions de la position, auquel cas on ne peut plus les sortir du signe de divergence.

Ainsi par exemple,  $\mathcal{D}_j$  étant une composante quelconque de  $\mathcal{D}$ , on écrira :

$$(12) \quad \mathcal{D}_j = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \nu_1 \frac{\partial u_j}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \nu_2 \frac{\partial u_j}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \nu_3 \frac{\partial u_j}{\partial x_3} \right)$$

où des expressions encore plus sophistiquées faisant intervenir davantage de paramètres de commande  $\nu_i$ .

Exprimant la conservation de la masse, on peut écrire pour chacune des variables  $\rho_a$  une équation du type :

$$(13) \quad \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_a \mathbf{V} = R_a + J_a$$

où  $R_a$  et  $J_a$  représentent les taux de productions (ou destructions) locales du "constituant  $\alpha$ " respectivement par des interactions entre l'extérieur et le système et par des interactions intérieures au système.

Le second terme du membre de gauche peut être écrit :

$$(14) \quad \nabla \cdot \rho_a \mathbf{V}_a = \nabla \cdot \rho_a \mathbf{V} + \nabla \cdot \rho_a (\mathbf{V}_a - \mathbf{V})$$

mettant en évidence les effets différents du *flow* dû au transport par le mouvement d'ensemble et du flux dû à la diffusion moléculaire et à la migration.

Si, à nouveau, une séparation est faite entre moyennes et fluctuations, le terme non-linéaire  $\rho_a \mathbf{V}$  donne deux contributions. La première représente l'*advection* par le courant moyen, la seconde la *dispersion* résultant de l'agitation turbulente.

Si  $\mathcal{D}_a$  représente les effets combinés de la dispersion turbulente et de la diffusion moléculaire,  $\mathcal{D}_a$  peut être exprimé en terme de la concentration moyenne par des formules analogues à (11) et (12)

introduisant de nouveaux paramètres de commande  $\kappa_i$ . Soient :

$$(15) \quad \mathcal{D}_a = \kappa \nabla^2 r_a$$

$$(16) \quad \mathcal{D}_a = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \kappa_1 \frac{\partial r_a}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \kappa_2 \frac{\partial r_a}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \kappa_3 \frac{\partial r_a}{\partial x_3} \right)$$

où  $r_a$  désigne la valeur moyenne de  $\rho_a$ .

On admet généralement que la migration moyenne peut être écrite sous la forme  $\nabla \cdot r_a \sigma_a$  où  $\sigma_a$  est appelé la *vitesse de migration* et constitue un nouveau paramètre (vecteur) de commande.

Par conséquent si  $Q_a$  et  $I_a$  désignent respectivement les moyennes de  $R_a$  et  $J_a$ , on tire de (13)

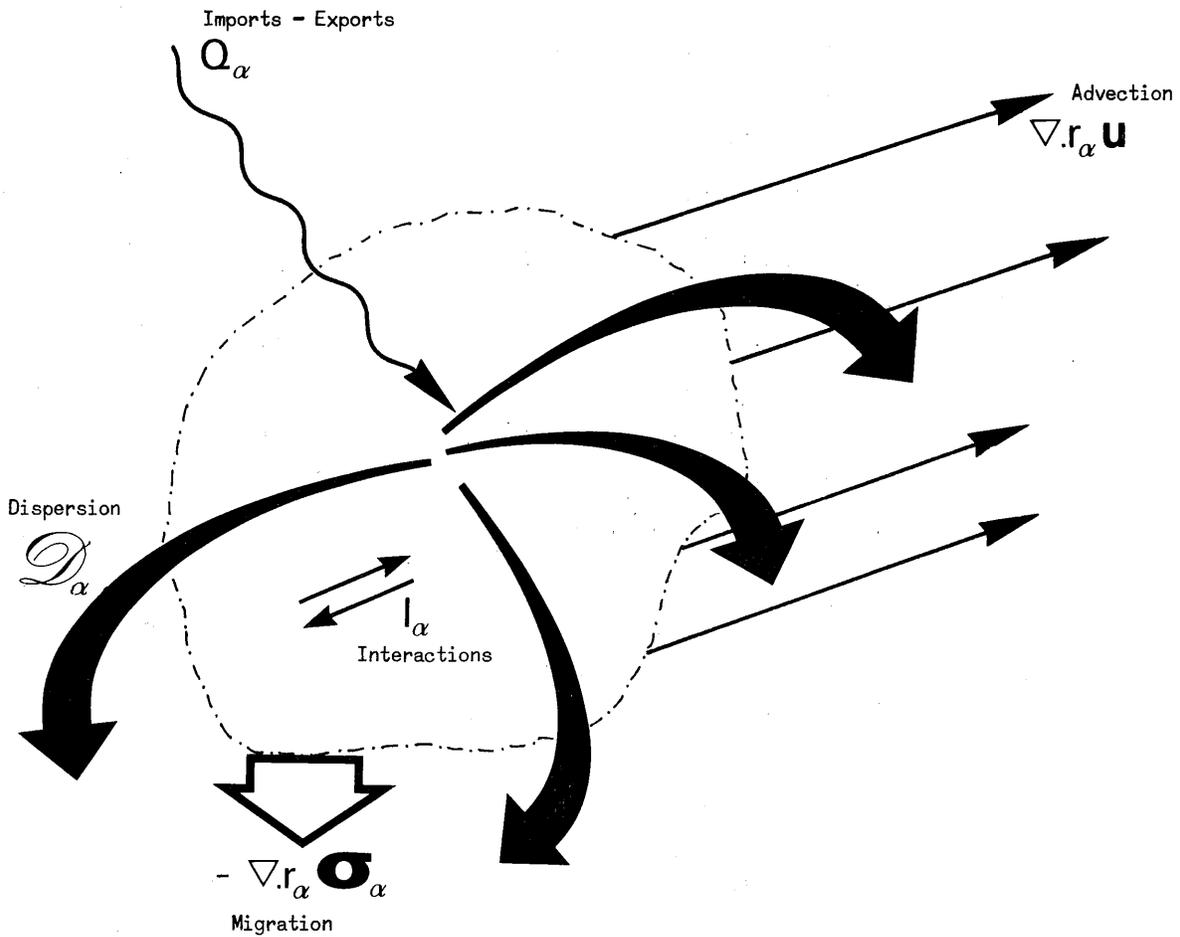


fig. 10.

$$(17) \quad \frac{\partial r_a}{\partial t} + \nabla \cdot r_a \mathbf{u} = Q_a + I_a - \nabla \cdot r_a \sigma_a + \mathcal{D}_a .$$

Les rôles des différents termes de l'équation (17) sont aisément identifiés (fig. 10).

$\nabla \cdot r_a \mathbf{u}$  représente l'advection par le courant moyen. Il introduit un couplage avec les variables mécaniques.

$Q_a$  représente les imports et les exports extérieurs (les déversements sont en particulier inclus dans  $Q_a$ ).  $Q_a$  doit être donné avant de pouvoir opérer le modèle.

$I_a$  représente les interactions chimiques, biochimiques et écologiques.  $I_a$  introduit un couplage entre la variable d'état  $r_a$  et les variables  $r_\beta$ ,  $r_\gamma$ , ... intervenant dans les interactions.

$-\nabla \cdot r_a \sigma_a$  représente la migration. Les vitesses de migration sont habituellement exprimées sous formes semi-empiriques induites des observations et des réflexions théoriques sur les propriétés écologiques, chimiques et physiques des compartiments (espèces vivantes, suspensions, flocons, ...).  $\sigma_a$  est en fait un paramètre de commande et sa détermination fait partie du calibrage du modèle.

$\mathcal{D}_a$  représente la dispersion moléculaire et turbulente.  $\mathcal{D}_a$  s'exprime en terme de la concentration moyenne  $r_a$  par des formules semi-empiriques où interviennent un ou plusieurs paramètres de commandes.

La conservation de l'énergie totale fournit, à l'intervention de quelques hypothèses complémentaires, une équation pour la température. Dans le cadre de l'approximation de Boussinesq ou pour une mer parfaitement mélangée ( $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ ), cette équation prend une forme semblable à (17). Si  $\theta$  désigne la température moyenne, on peut écrire :

$$(18) \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} + \nabla \cdot \theta \mathbf{u} = Q_\theta + I_\theta + \mathcal{D}_\theta .$$

Le second terme du membre de gauche représente la *convection de chaleur*; les deux premiers termes du membre de droite représentent la production locale de chaleur respectivement par des sources extérieures (la

radiation par exemple) et par des sources intérieures (les réactions chimiques ou biochimiques par exemple). Le dernier terme  $\mathcal{D}_\theta$  combine la dispersion turbulente et la diffusion moléculaire, plus connue sous le nom de *conduction*.

Des équations analogues pour les indices de diversité et de stabilité sont encore à l'étude.

Dans le cas d'une mer parfaitement mélangée où on peut supposer la masse spécifique  $\rho$  strictement constante, les équations (7), (8) et (13) constituent un système fermé. Dans le cas d'une mer stratifiée à laquelle l'approximation de Boussinesq s'applique, il manque une équation pour  $\rho'$  ou, si l'on veut, pour la *poussée* :

$$(19) \quad b = \frac{\rho - \rho_m}{\rho_m} g .$$

L'équation manquante est ce qu'on appelle communément l'*équation d'état* établissant une relation entre la masse spécifique et des variables telles que la pression, la température, etc.

Dans le cas de la mer, l'influence de la pression peut être négligée et, les variations de masse spécifique étant faibles, on peut les représenter par les premiers termes d'un développement en série de Taylor des variations de température, de salinité et, dans certains cas, de turbidité.

L'équation d'évolution pour la poussée  $b$  est alors déduite des équations pour  $\theta$ ,  $\rho_s$  et  $\rho_t$ .

1. Cette équation ne peut être obtenue en substituant (7) dans (4) comme certains le font parfois erronément.

Utilisant (6), on peut en effet écrire (4) sous la forme

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \rho' + \rho' \nabla \cdot \mathbf{V} + \rho_m \nabla \cdot \mathbf{V} = 0 .$$

Dans cette équation, le troisième terme est négligeable mais non le quatrième où  $\nabla \cdot \mathbf{V}$  est multiplié par  $\rho_m \gg \rho'$ .

En réalité, cette équation ne fournit rien d'autre que l'estimation

$$\nabla \cdot \mathbf{V} \sim O\left(\frac{v}{L} \frac{\rho'}{\rho_m}\right) \ll \frac{v}{L} .$$

Il faut prendre garde de n'appliquer l'inégalité  $\mathbf{V} \cdot \nabla q \gg q \nabla \cdot \mathbf{V}$  que lorsque c'est la même variable  $q$  qui apparaît dans les deux membres.

En général, l'évolution d'un système peut être sujette à des *principes d'évolution* (des principes variationnels, par exemple) et à des *contraintes*. Dans certains cas, ces principes ne constituent qu'une autre façon d'exprimer les lois de l'évolution (par exemple, les équations d'Euler-Lagrange des principes variationnels sont identiques aux équations d'évolution). Dans d'autres cas, ils peuvent constituer des exigences additionnelles portant sur les paramètres de commande ou sur les imports extérieurs.

Certains des paramètres de commande, on l'a vu, sont fixés par des modèles séparés, des données expérimentales ou des considérations semi-empiriques. D'autres sont accessibles au gestionnaire pour répondre à des critères de comportement optimal. Ce sont les paramètres de guidage auxquels correspondent des principes et des contraintes de guidage.

Dans le cas d'un système marin, les principes et les contraintes de guidage naissent naturellement de la nécessité de préserver les ressources naturelles, de limiter la pollution, bref de gérer le système. Les impératifs de gestion peuvent déterminer certains paramètres de commande. Ils peuvent aussi imposer des limites aux apports extérieurs et s'exprimer en recommandations économiques.

#### 8.- Conditions initiales et conditions aux limites

Pour résoudre les équations d'évolution, il faut connaître les conditions initiales et les conditions aux limites,

En principe, les premières doivent être données en tout point du domaine à un instant de référence choisi comme point de départ. Les secondes, à l'opposé, doivent être données à tout instant mais sur les frontières seulement de la région étudiée. En pratique, l'état de référence initial est déterminé par une ou plusieurs campagnes de mesures et l'étalement dans le temps de ces données qui devraient être simultanées est une source importante d'erreurs. Il est d'autre part très difficile de maintenir un réseau permanent suffisamment serré pour

déterminer les conditions aux limites à tout instant. Le manque d'informations continues exige souvent des extrapolations dont l'approximation se reflète sur la qualité des résultats du modèle. Parmi les problèmes les plus importants, on peut citer :

- i) la fiabilité des données sur les frontières en mer ouverte,
- ii) la formulation des conditions au fond et à l'interface air-mer et l'évaluation des apports atmosphériques,
- iii) l'identification des imports côtiers (en particulier, les décharges de polluants par les émissaires et les rivières).

Il n'est pas exagéré de dire, qu'au stade actuel, les modèles sont beaucoup meilleurs que les données aux frontières sur lesquelles ils élaborent.

Une remarque importante doit être faite à cet endroit. Lorsqu'on réduit le support du système en intégrant sur une ou plusieurs coordonnées spatiales, on diminue en même temps ses frontières. Par exemple, le système marin esquissé à la figure 9 s'étend sur trois dimensions et est limité par des frontières latérales (côtes et frontières en mer ouverte), par l'interface air-mer et par le fond.

Si on intègre sur la profondeur, réduisant ainsi les dimensions spatiales du support à deux, le système simplifié qui en résulte n'a plus que des frontières latérales. C'est sur ces frontières qu'il faut imposer des conditions aux limites appropriées pour résoudre les équations d'évolution (intégrées sur la profondeur).

Les conditions au fond et à l'interface air-mer ne sont pas pour autant devenues inutiles. Au contraire, elles apparaissent à présent dans les nouvelles équations d'évolution où elles ont été introduites par le processus d'intégration. On s'en convainc aisément en considérant par exemple le flux vertical d'un constituant  $\alpha$ . Dans un modèle à trois dimensions, ce flux est représenté par un terme de la forme :

$$(20) \quad \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \kappa_3 \frac{\partial r_\alpha}{\partial x_3} \right)$$

où  $x_3$  est la coordonnée verticale et  $\kappa_3$  le coefficient de dispersion verticale.

Dans un modèle intégré sur la profondeur, ce terme devient :

$$(21) \quad \int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \kappa_3 \frac{\partial r_a}{\partial x_3} \right) dx_3 = \left( \kappa_3 \frac{\partial r_a}{\partial x_3} \right)_{x_3=\zeta} - \left( \kappa_3 \frac{\partial r_a}{\partial x_3} \right)_{x_3=-h}$$

où

$$(22) \quad x_3 = \zeta$$

et

$$(23) \quad x_3 = -h$$

sont les équations de la surface et du fond respectivement et où

$$\left( \kappa_3 \frac{\partial r_a}{\partial x_3} \right)_{x_3=\zeta}$$

et

$$\left( \kappa_3 \frac{\partial r_a}{\partial x_3} \right)_{x_3=-h}$$

sont les flux à la surface et au fond.

Ces flux sont, en principe, des conditions aux limites. Par intégration sur la profondeur, ils ont été introduits dans les équations d'évolution.

La remarque reste vraie lorsqu'on intègre sur plus d'une direction spatiale : les imports et les exports frontières sont transformés en des imports-exports "de volume". Ils disparaissent des conditions aux limites mais ils doivent être inclus dans le terme de source-puit  $Q_a$ .

Il est généralement difficile d'exprimer les conditions aux limites sans avoir recours à des coefficients empiriques. Si, par intégration spatiale, les données aux frontières sont insérées dans les équations d'évolution, elles apportent avec elles des paramètres de commande supplémentaires jouant le plus souvent un rôle capital dans le comportement du système.

Références

NIHOUL, J.C.J., (1975). *Modelling of Marine Systems*, Elsevier Publ., Amsterdam.

PICHOT, G., (1973). Working Papers NATO Science Committee Conference on Modelling of Marine Systems, OFIR, June 4-8, 1973.



## Chapitre III

### Paramétrisation, calibrage et ajustement du modèle Application à la mer du Nord et au Southern Bight

par

Jacques C.J. NIHOUL

#### 1.- Introduction

L'application de l'analyse des systèmes à la mer fournit une *description mathématique* du système marin. Cette description mathématique doit être confrontée à la *base de données* constituées de données existantes ou spécialement acquises (Campagnes de mesures I.C.E.S., JONSDAP, Math. Modelsea, ...).

La base de données fournit des informations permettant :

- i) une étude des *corrélations* suggérant les variables entre lesquelles les relations sont suffisamment peu importantes pour négliger leur interactions;
- ii) une étude des *ordres de grandeur* indiquant les processus et les variables qui peuvent être négligés;
- iii) une analyse de *sensitivité* évaluant le degré de précision qui est nécessaire dans la spécification des variables d'état et des lois d'interactions;
- iv) un dialogue avec les utilisateurs du modèle permettant une définition plus précise des objectifs et indiquant le degré de raffinement requis pour produire des prédictions fiables répondant aux

questions posées au modèle en évitant une inutile et coûteuse complexité.

De cette confrontation entre la description mathématique du système et la base de données surgit le véritable modèle mathématique ajusté à la région étudiée et adapté à sa gestion.

Ce modèle *spécifique* est en général plus simple que le modèle conceptuel de départ mais il est moins général et ne peut être transposé sans précautions d'une situation à une autre.

On examine dans ce chapitre les caractéristiques propres à des mers continentales telles que la mer du Nord et leurs implications sur la structure du modèle.

## 2.- Mélange vertical et pression hydrostatique

L'étude des corrélations permettent de négliger l'influence de la pression sur la masse spécifique et celle-ci apparaît comme une fonction linéaire des variations de température, de salinité et de turbidité ne différant jamais beaucoup d'une valeur de référence constante  $\rho_m$  ( $\frac{\rho - \rho_m}{\rho_m} \lesssim 10^{-3}$ ).

Dans tout le sud de la mer du Nord en toute saison et dans son entièreté en hiver, la turbulence intense provoquée par les marées et les tempêtes occasionnelles maintient un complet mélange des eaux et une masse spécifique pratiquement uniforme ( $\rho \sim \rho_m$  partout). Une légère stratification peut apparaître à l'endroit des estuaires et dans le nord à certaines saisons. Il est possible d'en tenir compte en ajoutant aux variables hydrodynamiques la poussée  $b$  définie au chapitre précédent [équation (19)] mais, dans la plupart des applications, cette correction n'est pas nécessaire et l'hypothèse d'une masse spécifique constante ( $\rho = \rho_m$ ) constitue, en tout état de cause, une première approximation très satisfaisante.

Pour la simplicité de la discussion, on admettra cette hypothèse dans la suite.

Dans ces conditions, le système des équations (7), (9) et (17) constitue un système fermé pour les trois composantes de la vitesse, la pression et les variables  $\rho_a$  parmi lesquelles nous pouvons inclure la température puisque l'équation (18) est formellement la même que (17) [la vitesse de migration  $\sigma_a$  étant prise égale à zéro évidemment pour la température comme pour toutes les substances dissoutes représentées par  $\rho_a$ ].

La force extérieure moyenne par unité de masse  $F$  apparaissant dans l'équation (9) contient la pesanteur et les forces excitatrices des marées. Ces dernières peuvent être négligées car les marées internes en mer du Nord sont très faibles et complètement dominées par les marées atlantiques qui se propagent en mer du Nord à travers ses frontières ouvertes.

La force de pesanteur n'intervient que dans la composante verticale de (9) et si on analyse les ordres de grandeurs des différents termes de cette équation, on voit immédiatement que les accélérations verticales du fluide (les termes du membre de gauche) sont tout à fait négligeables vis-à-vis de l'accélération de la pesanteur  $g$  et qu'il en est de même de la dispersion turbulente verticale.

La composante verticale de l'équation (9) se réduit par conséquent à

$$(24) \quad - \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{p}{\rho_m} \right) = g .$$

On voit ainsi que, verticalement, l'équilibre hydrostatique est partiellement réalisé. Intégrant (24), on obtient :

$$(25) \quad - \frac{p}{\rho_m} = g x_3 + \varphi$$

où  $\varphi$  est une fonction de  $t$ ,  $x_1$  et  $x_2$  à déterminer par les conditions aux limites.

A la surface de la mer  $x_3 = \zeta$ , on a :

$$(26) \quad - \frac{p_a}{\rho_m} = g\zeta + \varphi$$

où  $p_a$  est la pression atmosphérique.

Eliminant  $\varphi$ , il vient :

$$(27) \quad \frac{p}{\rho_m} = \frac{p_a}{\rho_m} + g\eta \quad ; \quad \eta = \zeta - x_3 .$$

Les composantes horizontales de l'accélération de Coriolis  $2 \Omega \wedge u$  sont

$$(28) \quad 2\Omega_2 u_3 - fu_2$$

$$(29) \quad -2\Omega_1 u_3 + fu_1$$

où la composante verticale du vecteur rotation  $\Omega$  a été écrite :

$$(30) \quad \Omega_3 = \frac{1}{2} f$$

pour se conformer aux notations classiques.

L'étude des ordres de grandeurs révèle que la vitesse verticale  $u_3$  est beaucoup plus petite que la vitesse horizontale si bien que les premiers termes des expressions (28) et (29) peuvent être négligés.

En tenant compte de cette simplification et de la relation (27), on peut écrire les composantes horizontales de (9) sous la forme :

$$(31) \quad \frac{\partial u_1}{\partial t} + \nabla \cdot (u u_1) = - \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{p_a}{\rho_m} + g\eta \right) + fu_2 + \mathcal{D}_1$$

$$(32) \quad \frac{\partial u_2}{\partial t} + \nabla \cdot (u u_2) = - \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{p_a}{\rho_m} + g\eta \right) - fu_1 + \mathcal{D}_2 .$$

Une équation additionnelle pour  $\eta$  est obtenue en exprimant que la surface  $\eta = 0$  est à chaque instant une surface matérielle du fluide soit :

$$(33) \quad \left. \begin{aligned} \frac{d\zeta}{dt} &\equiv \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \zeta = u_3 \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} \eta &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ en } \eta \equiv \zeta - x_3 = 0$$

[On note qu'au sens strict, en vertu de cette équation,  $\zeta$  n'est pas l'élévation moyenne de l'interface mais l'élévation d'une surface conventionnelle se déplaçant verticalement avec la vitesse moyenne.  $p_a$  doit être compris comme la pression agissant sur cette surface conventionnelle.]

Il y a une similitude frappante entre (31), (32) et (17). Pour chacune des composantes horizontales de la vitesse, on voit apparaître les effets :

- i) de l'advection  $\nabla \cdot (\mathbf{u}u_i)$  ;
- ii) des forces extérieures

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{p_a}{\rho_m} + g\eta \right) ,$$

associées dans ce cas au gradient horizontal de la pression atmosphérique et à la pente de la surface libre;

iii) des interactions  $fu_i$  introduisant un couplage entre les variables  $u_1$  et  $u_2$  ;

iv) de la dispersion turbulente  $\mathcal{D}_i$  .

### 3.- Courants et turbulence

La mer est le siège de mouvements très diversifiés caractérisés par des échelles de temps et d'espace très différentes. Dans la mer du Nord, les courants les plus intenses sont dus aux marées — principalement la composante  $M_2$  — et aux tempêtes externes qui pénètrent par les frontières ouvertes (essentiellement la frontière nord). Il s'y superpose une circulation résiduelle lentement variable, en relation avec la traversée de deux branches du courant nord Atlantique et toute une gamme de mouvements variés engendrés par le vent et la turbulence et caractérisés par une multiplicité de fréquences et de longueurs d'onde formant un spectre continu jusqu'aux échelles moléculaires.

La figure 11 donne à titre d'illustration en 13 cartes les valeurs horaires des directions et amplitudes des courants de marée aux vives eaux et aux mortes eaux dans le Southern Bight. Les amplitudes sont en dixièmes de noeud (16,28 = 1,6 noeud aux mortes eaux et 2,8 noeuds aux vives eaux). La figure 12 montre les lignes de courant résiduel dans la même région.

La turbulence, on l'a vu, est cette agitation désordonnée produite en particulier par la friction des courants sur le fond, le

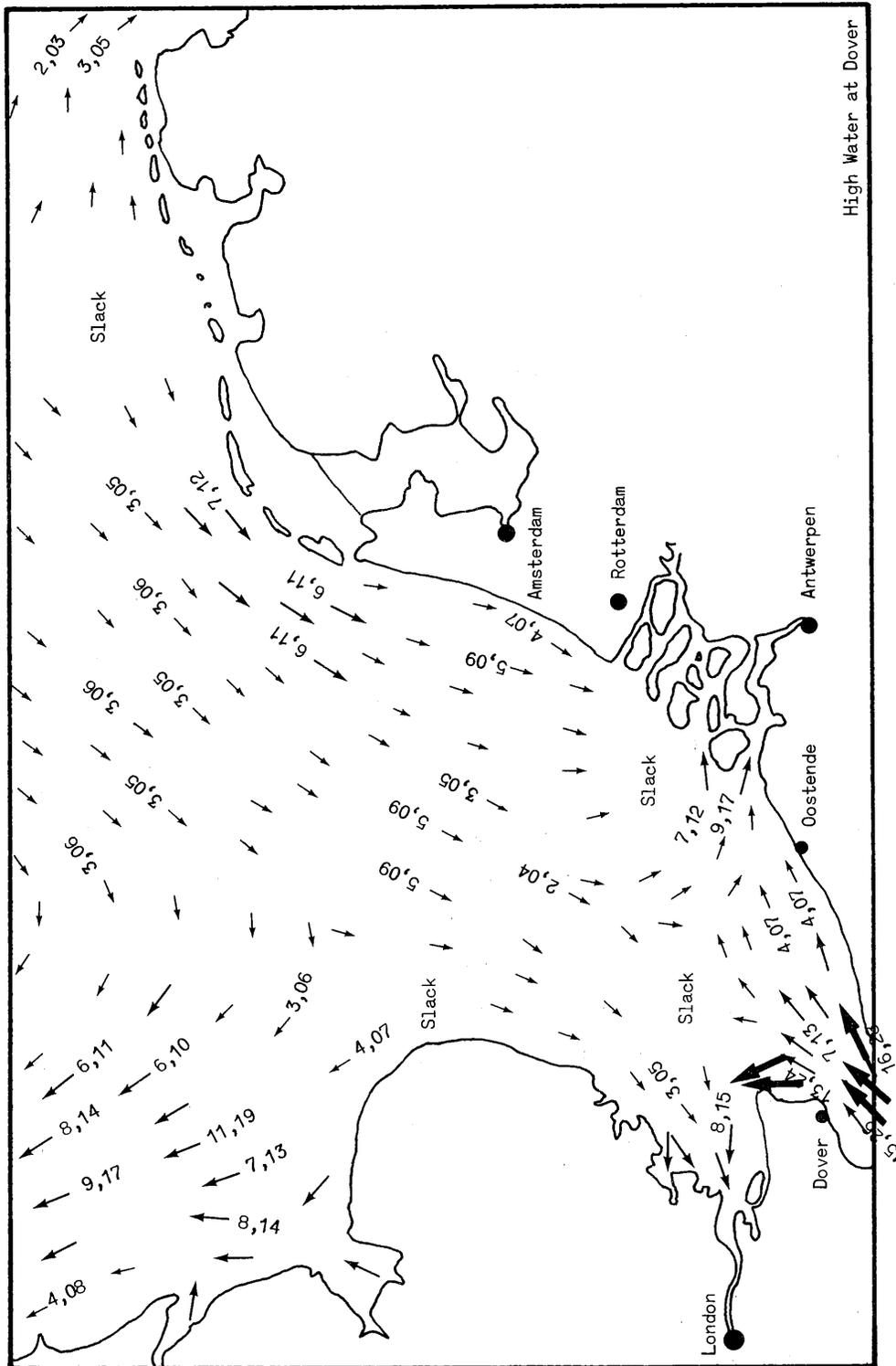


fig. 11a.

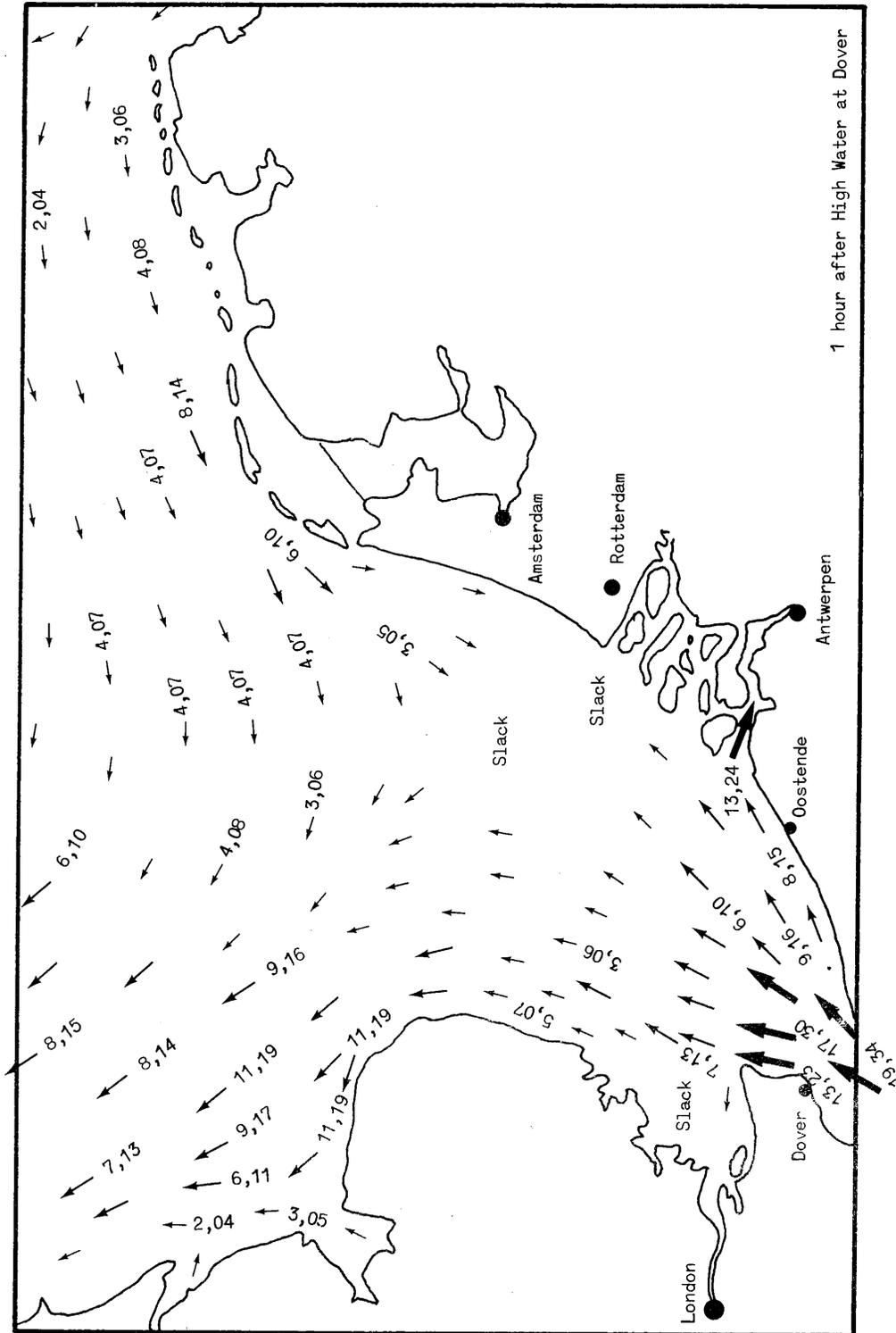


fig. 11b.

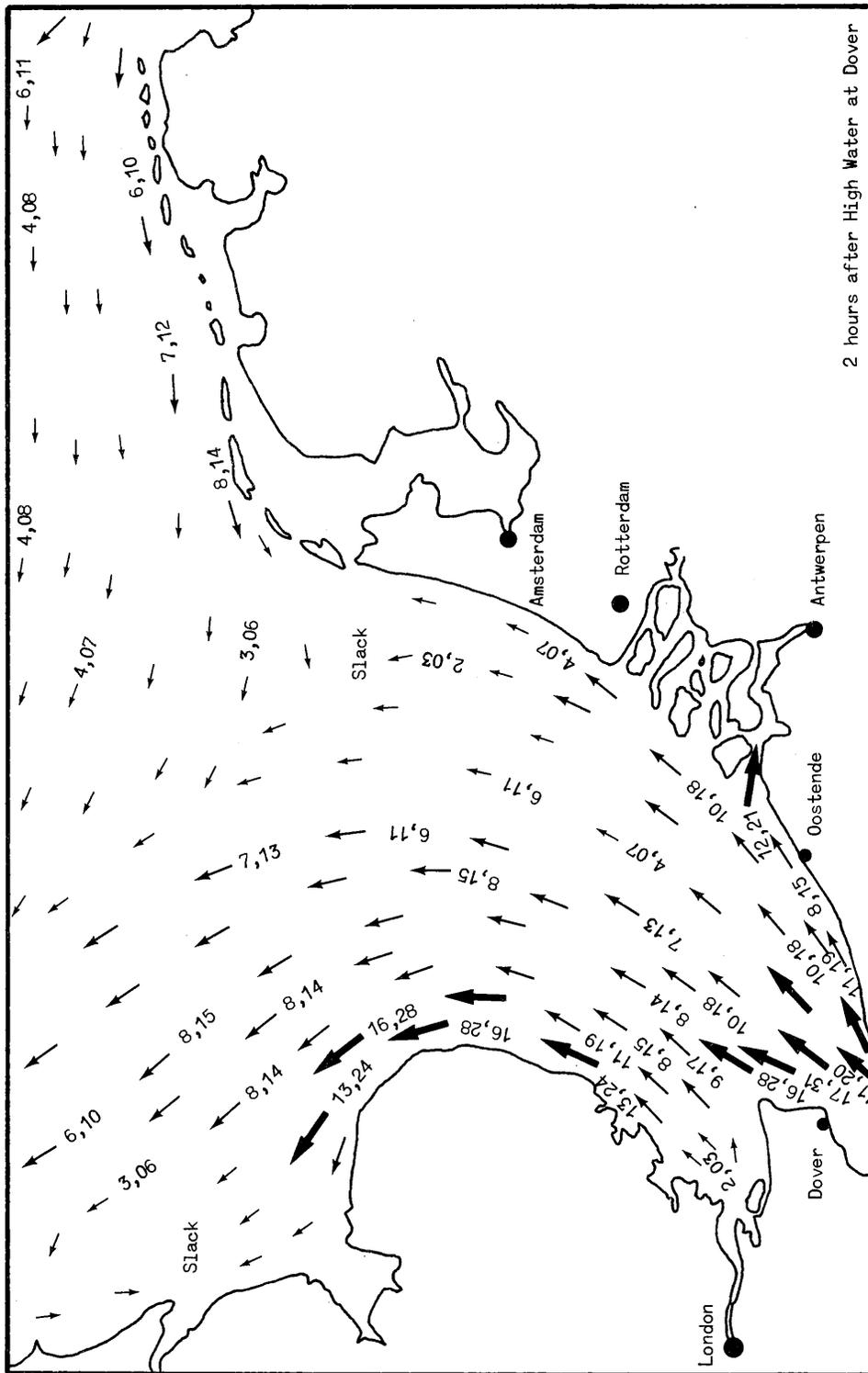


fig. 11c.

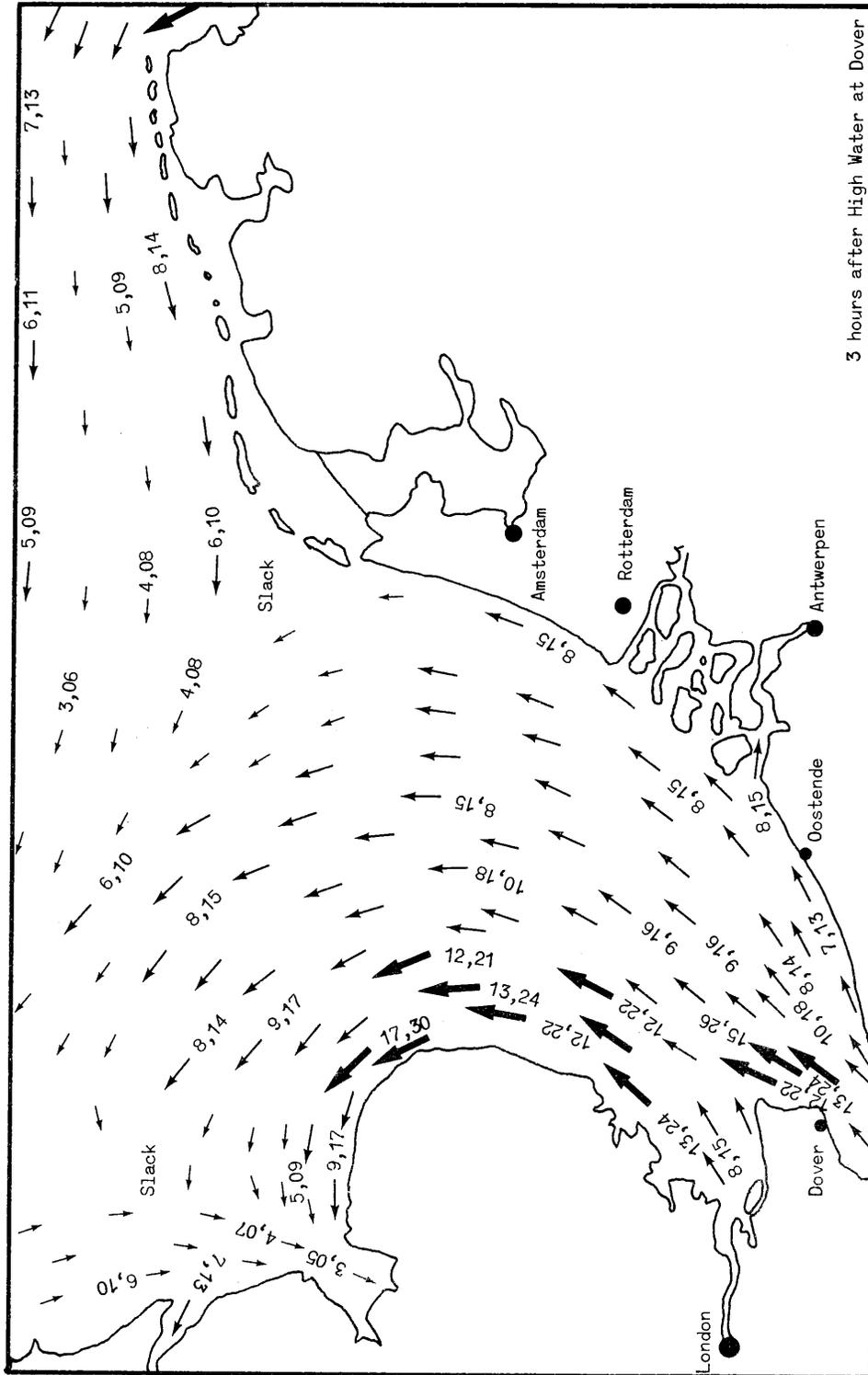


fig. 11d.

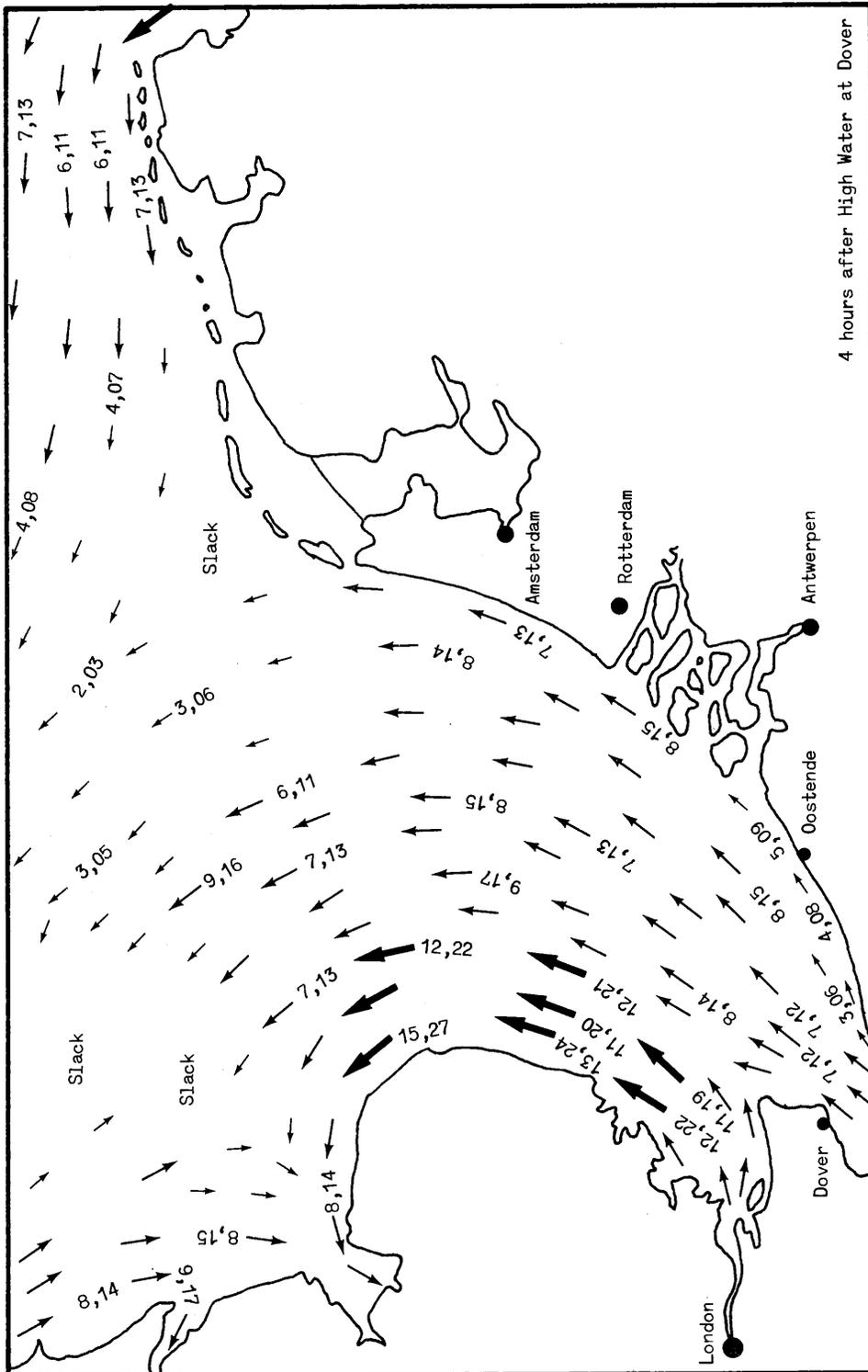


fig. 11e.

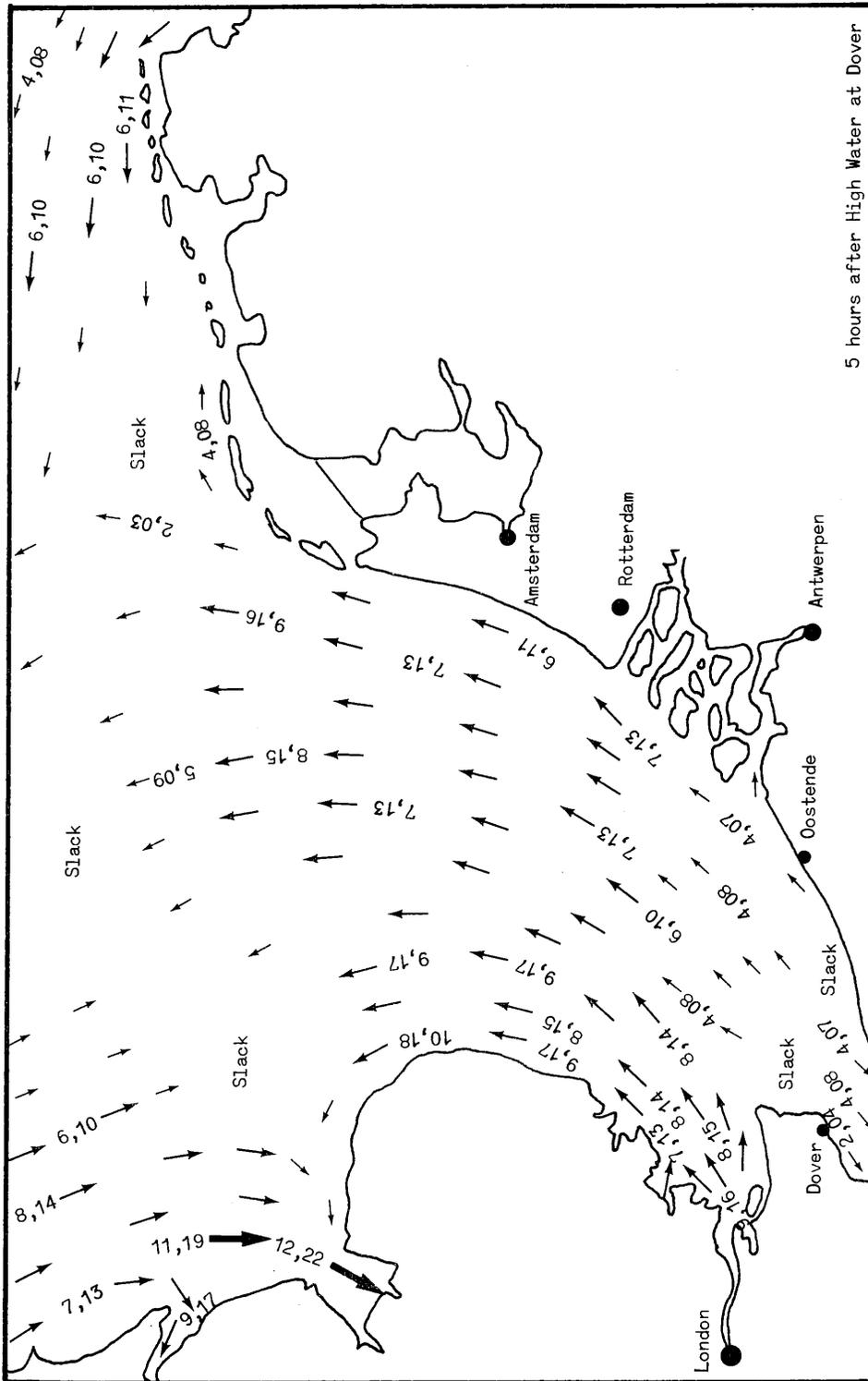


fig. 11f.

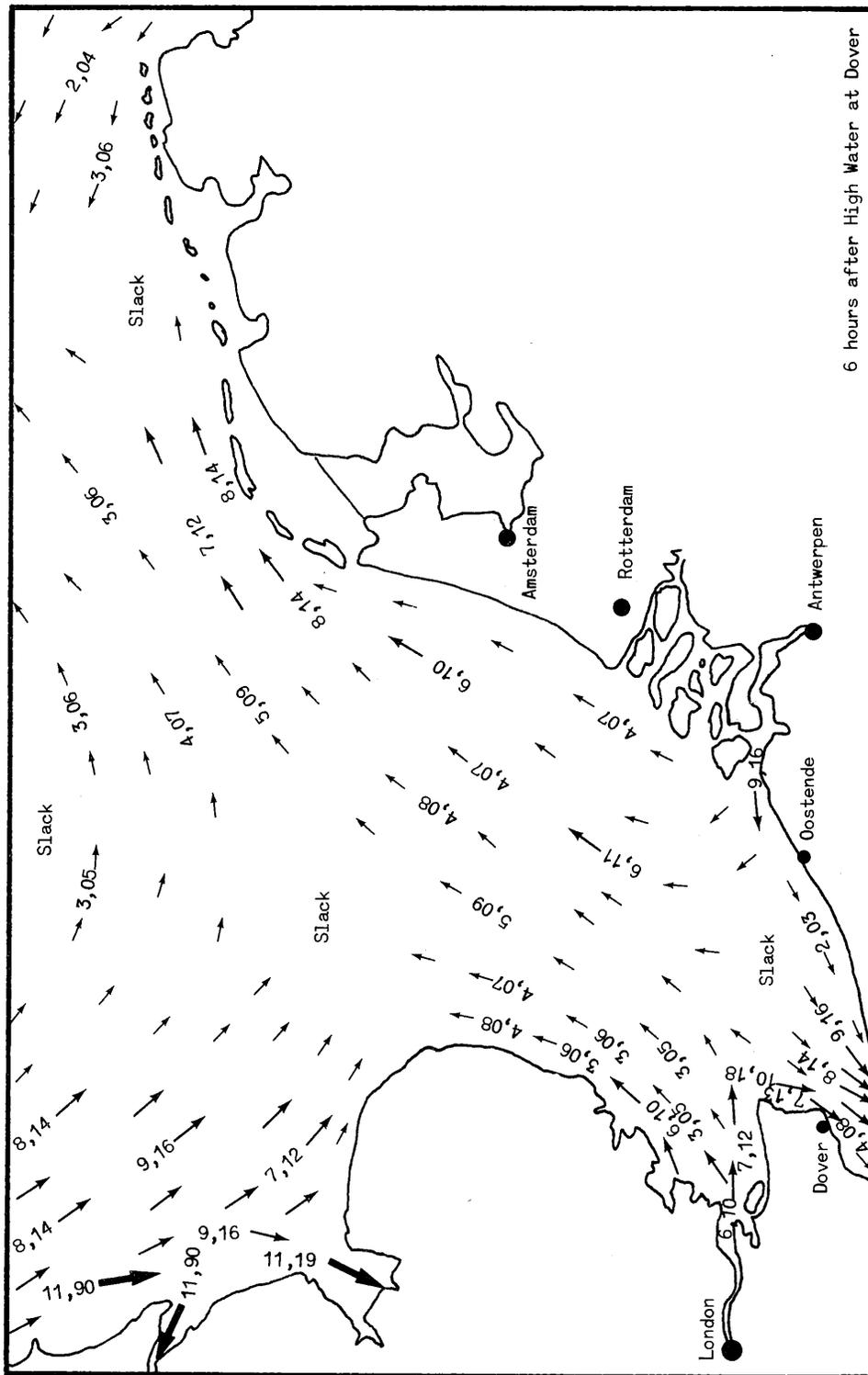
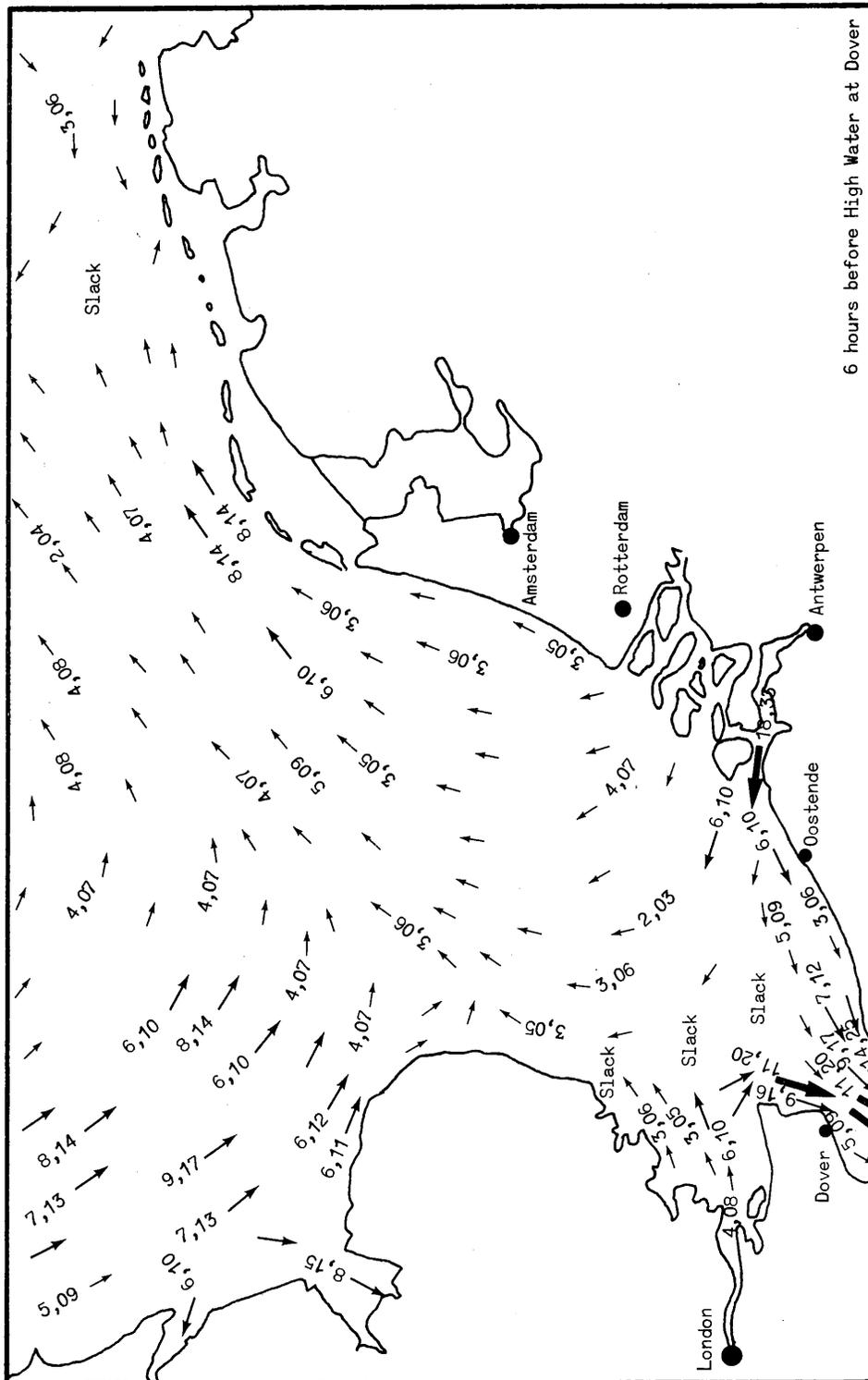
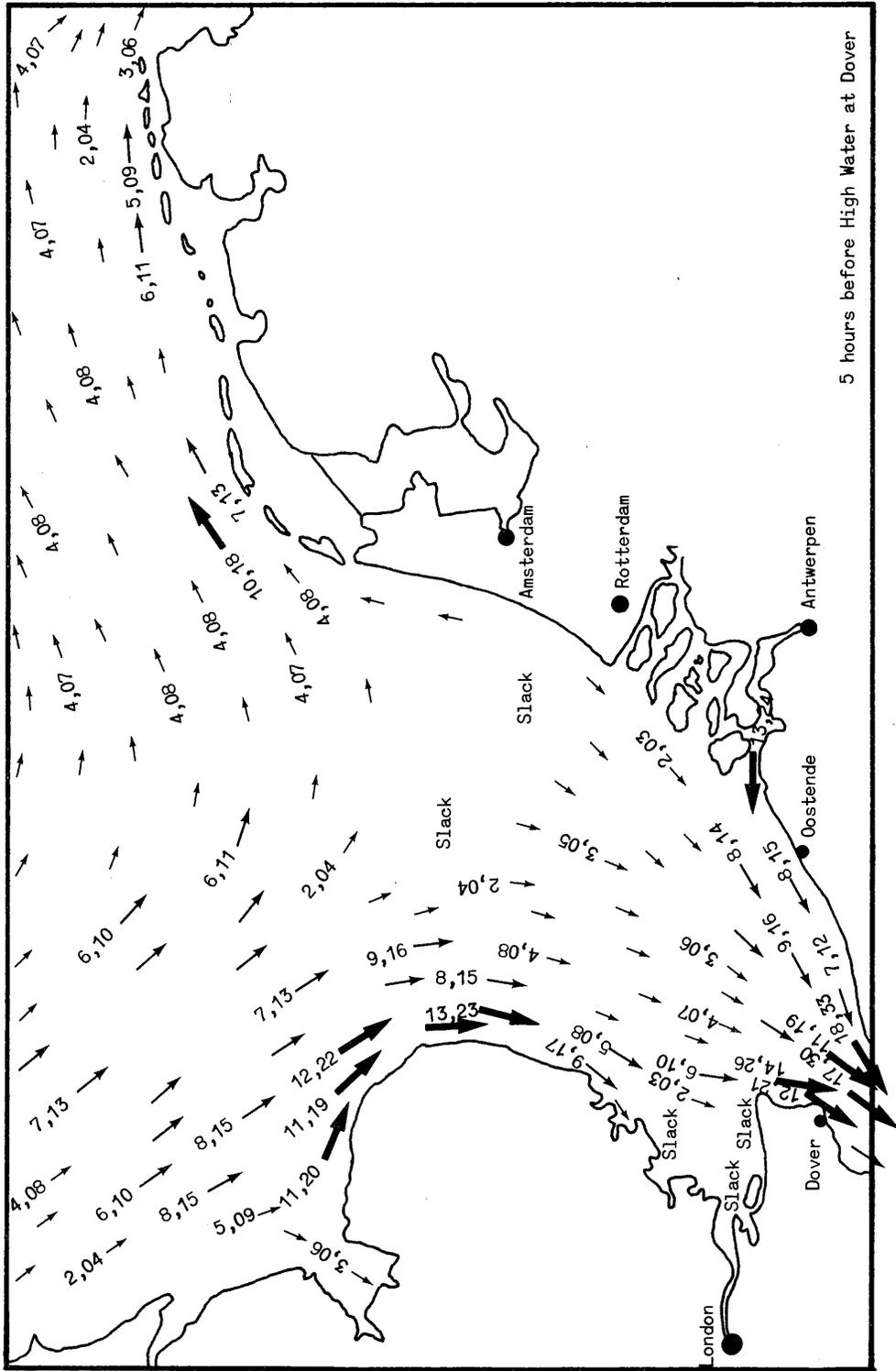


fig. 11g.



6 hours before High Water at Dover

fig. 11h.



5 hours before High Water at Dover

fig. 11i.

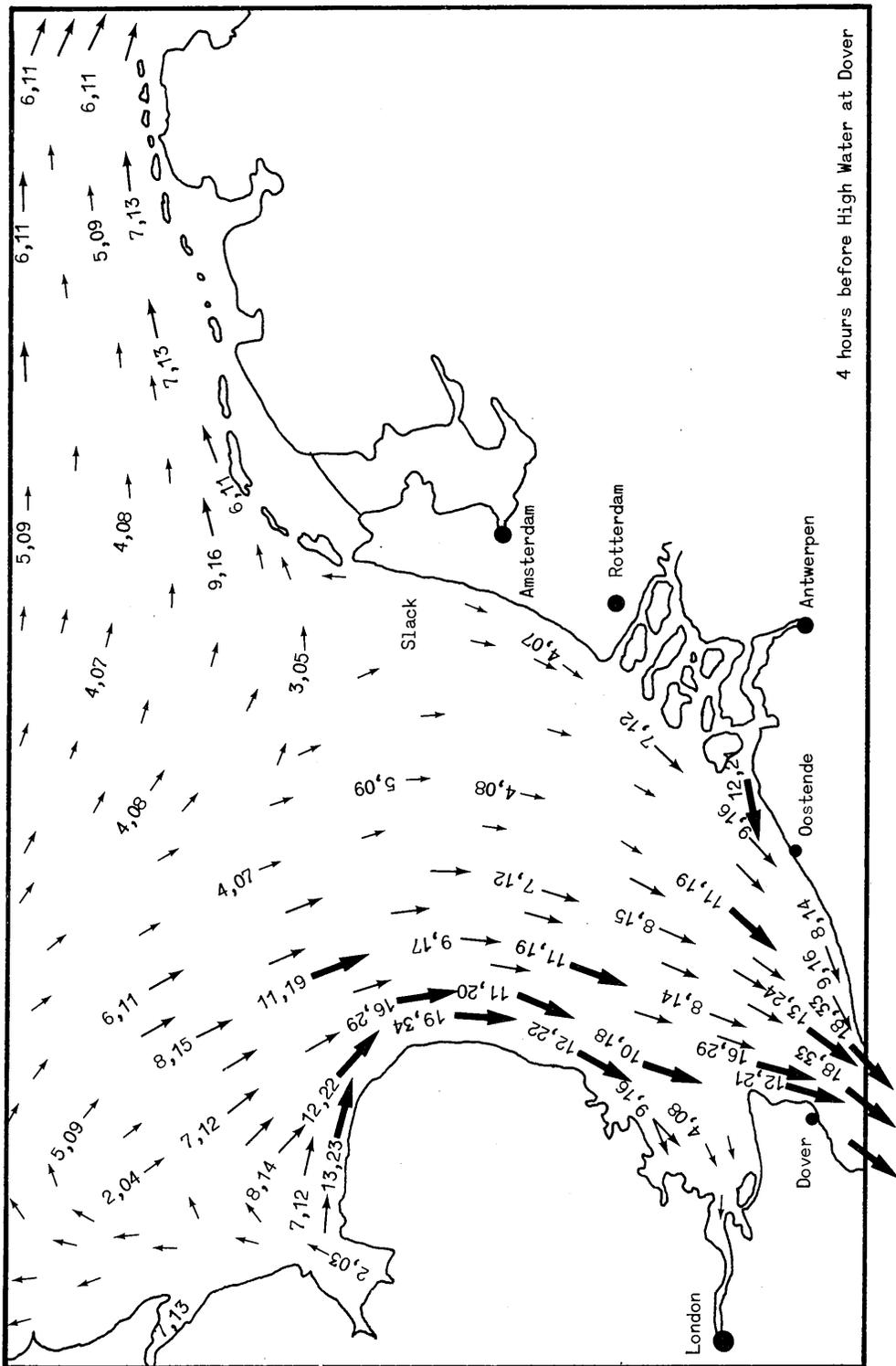


fig. 11j.

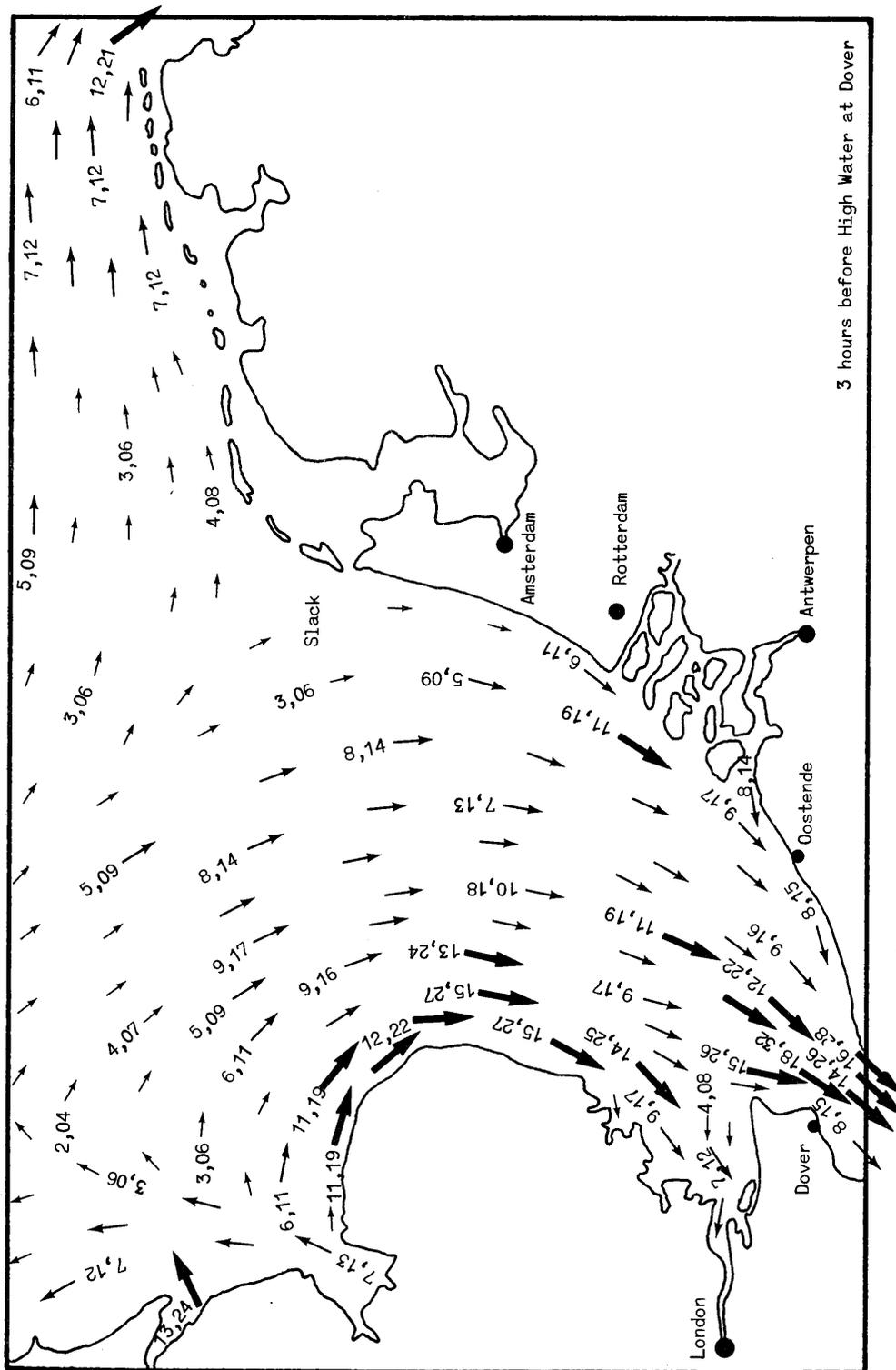


fig. 11k.

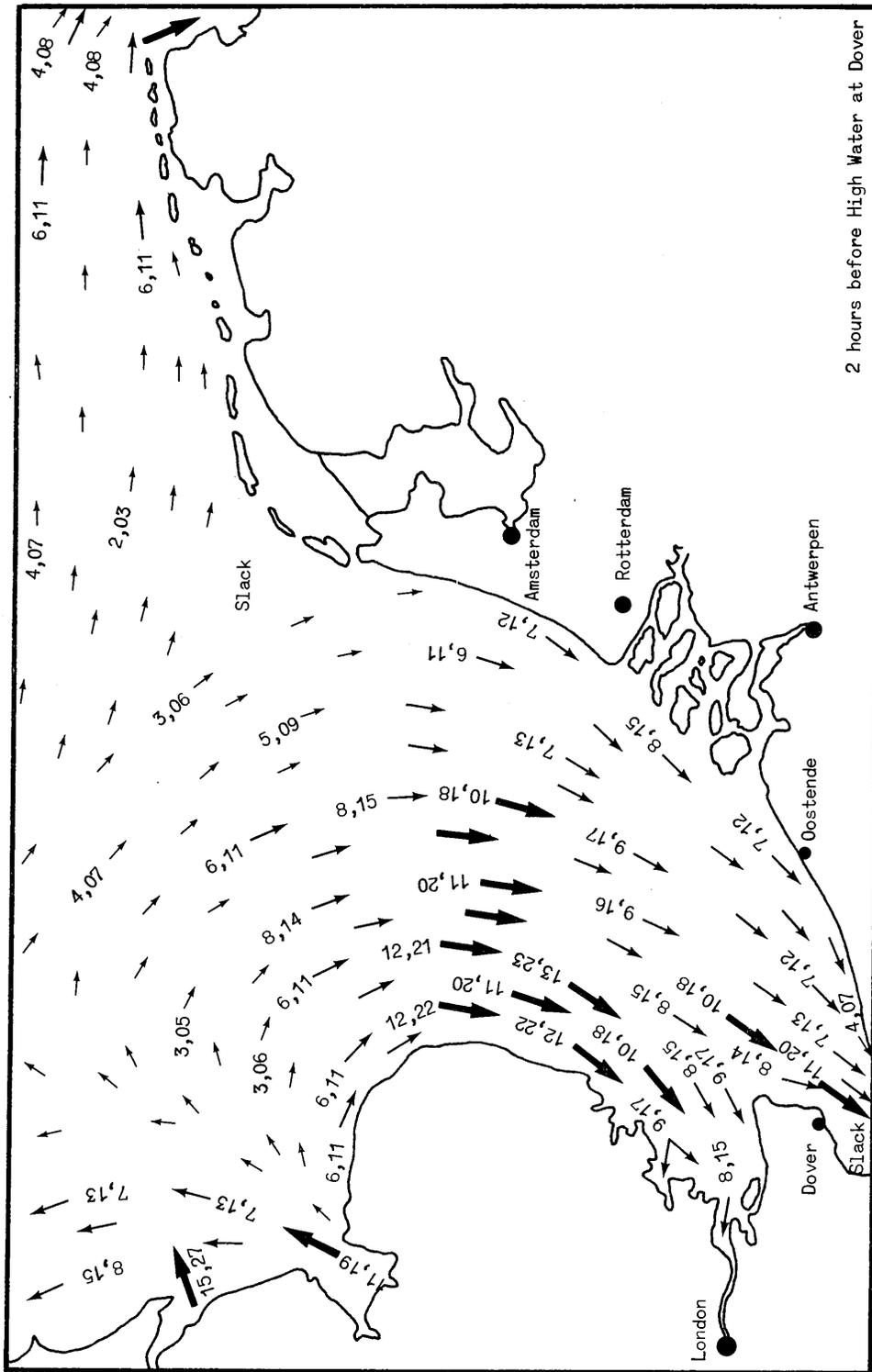


fig. 111.

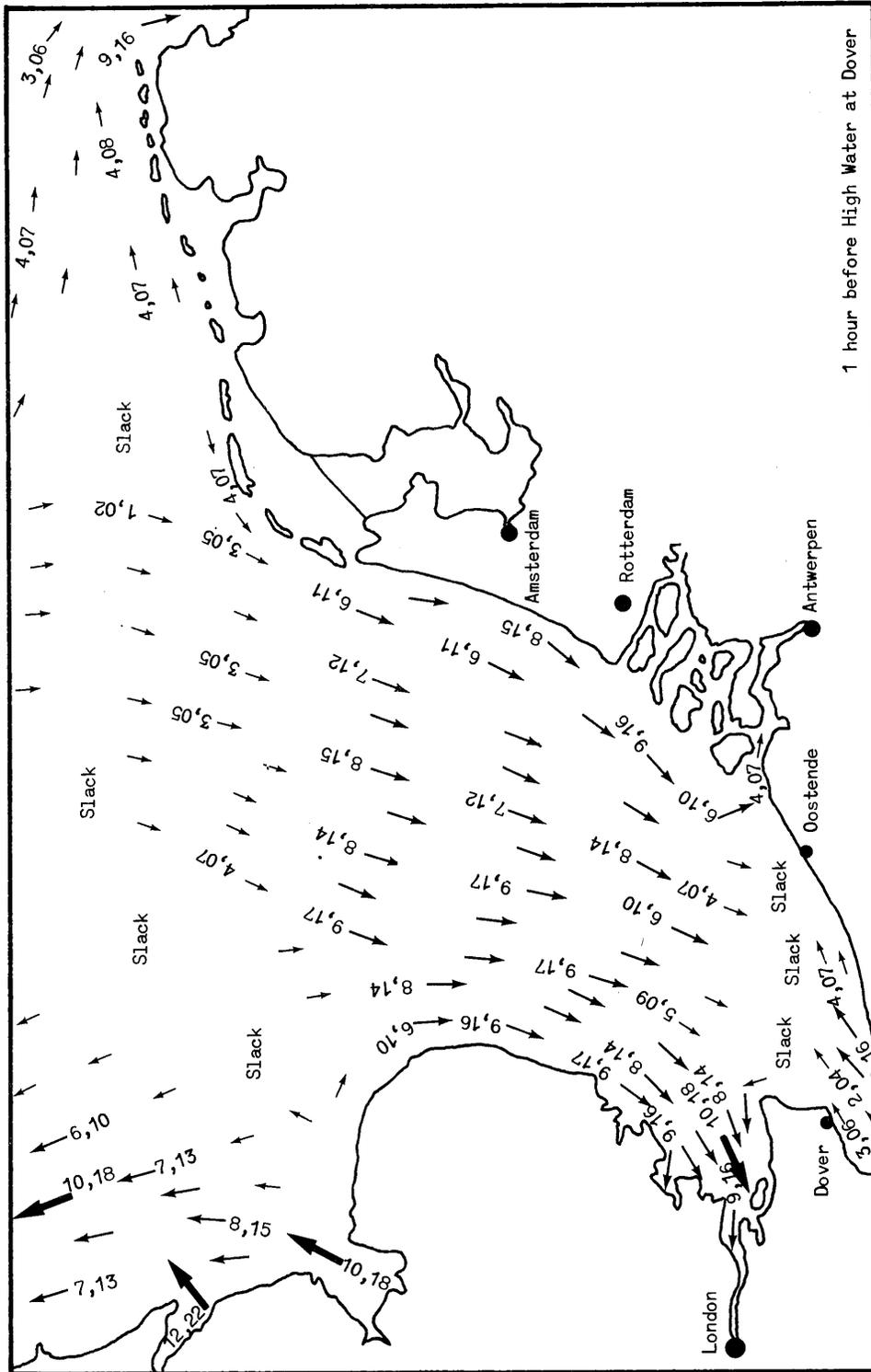


fig. 11m.

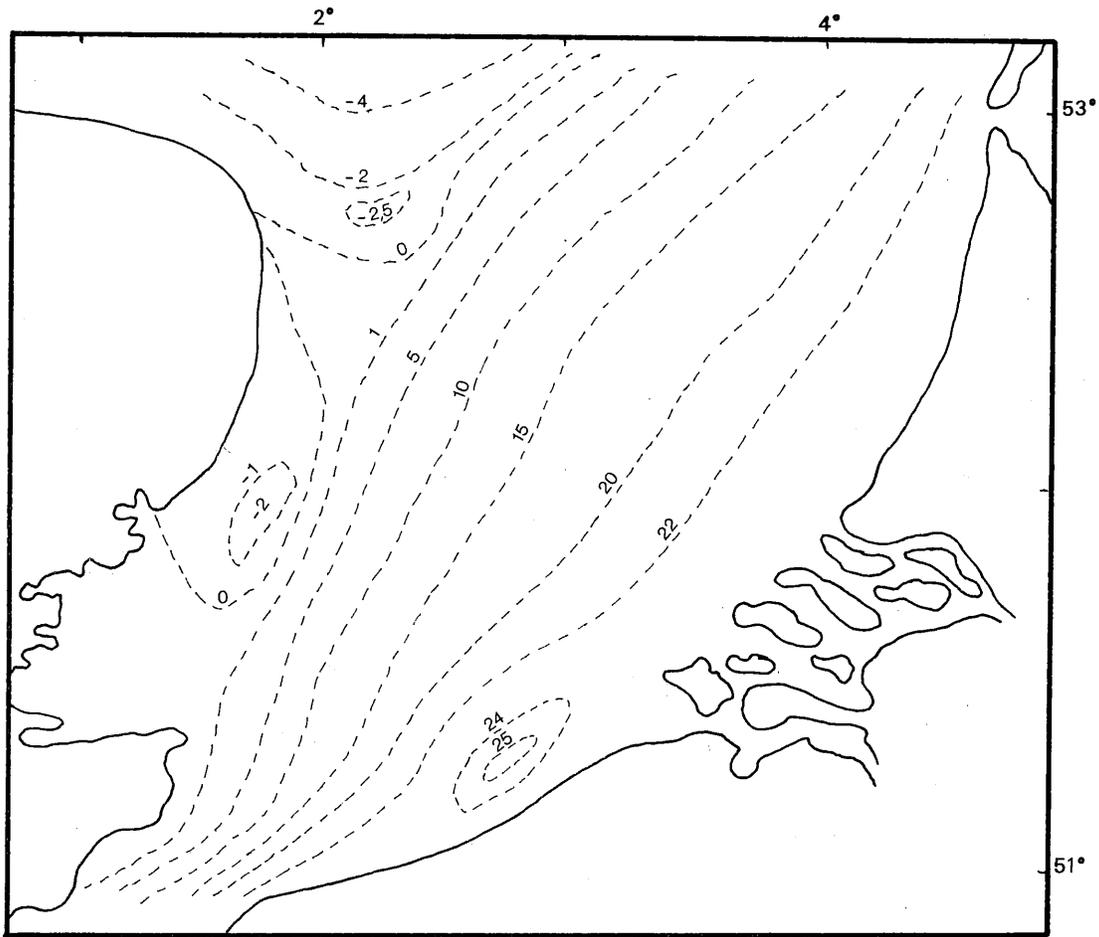


fig. 12.

Circulation résiduelle dans le Southern Bight. Lignes de courant  $\psi = c^{te}$  (en  $10^4 \text{ m}^3/\text{s}$ )

déferlement des vagues et les variations erratiques du vent. On peut la regarder comme une superposition de tourbillons de toutes dimensions se transmettant l'énergie en cascade des échelles les plus grandes où elle est fournie aux échelles moléculaires où elle est dissipée. Dans ce processus, les tourbillons perdent le souvenir des structures imposées aux grandes échelles par les mécanismes de production de la turbulence et, à partir d'une certaine dimension de tourbillons, on peut considérer que la turbulence est homogène et isotrope et satisfait à la théorie de Kolmogorov.

Selon cette théorie, on peut associer à un tourbillon de dimension  $\ell$ , une vitesse caractéristique  $v_\ell$  et un temps caractéristique  $\tau_\ell$  donnés respectivement par

$$(34) \quad v_\ell \sim \varepsilon^{1/3} \ell^{1/3}$$

$$(35) \quad \tau_\ell \sim \varepsilon^{-1/3} \ell^{2/3}$$

où  $\varepsilon$  ( $\text{m}^2 \text{s}^{-3}$ ) est le taux de transfert de l'énergie à travers la cascade.

Des tourbillons de l'ordre du mètre peuvent être considérés comme raisonnablement homogènes et isotropes. Il leur correspond des temps caractéristiques de l'ordre de la minute et des vitesses de l'ordre du centimètre par seconde. En effet, la valeur appropriée de  $\varepsilon$  étant  $10^{-6}$ , on peut calculer (MKS) :

$$(36) \quad \ell \sim 1, \quad v_1 \sim 10^{-2}, \quad \tau_1 \sim 10^2.$$

Il n'est évidemment pas raisonnable de vouloir décrire les moindres fluctuations du milieu marin. Des variations dont les temps caractéristiques sont inférieurs à la minute ne sont pas significatives dans la grande majorité des problèmes et il paraît justifié de se borner à la valeur moyenne des variables d'état sur une période de temps de cet ordre.

Lorsqu'on fait la moyenne des équations, les fluctuations disparaissent des termes linéaires mais elles subsistent dans les termes non-linéaires et leur effet doit être paramétrisé par des formules du type (11), (12), (15) et (16).

Avec un temps d'intégration de l'ordre de la minute, il n'est pas nécessaire de définir des diffusivités différentes dans des directions différentes (isotropie statistique à l'échelle du mètre ou plus petit) et la théorie de Kolmogorov permet d'estimer la viscosité turbulente :

$$(37) \quad \nu \sim v_\ell \ell \sim 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}.$$

Utilisant l'expression (11), on voit que :

$$(38) \quad \mathcal{D} = v \left( \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x_2^2} \right) + v \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x_3^2}$$

$$\sim 0 \left( \frac{vV}{d_h^2} \right) + 0 \left( \frac{vV}{d_v^2} \right)$$

où  $v$  est une valeur caractéristique de  $\mathbf{u}$ ,  $d_h$  et  $d_v$  des longueurs caractéristiques de ses variations horizontales et verticales respectivement.

Les termes de Coriolis dans les équations (31) et (32) sont de l'ordre  $fv$  (avec  $f \sim 10^{-4}$ ). Utilisant (37) et  $d_v \sim 10$  pour une mer peu profonde, on voit que le terme de dispersion verticale est du même ordre que le terme de Coriolis. Comme les dimensions caractéristiques horizontales sont beaucoup plus grande, la dispersion "proprement turbulente" horizontale est tout à fait négligeable (il existe évidemment une dispersion horizontale mais celle-ci est, à ce stade, comprise dans le terme d'advection. On verra qu'elle correspond à des mouvements de plus grande échelle constituant une sorte de turbulence horizontale quasi-homogène et isotrope).

La condition d'incompressibilité (7) suggère que les vitesses caractéristiques horizontales et verticales sont dans le même rapport que les longueurs  $d_h$  et  $d_v$ . Dans ces conditions, les trois composantes des termes d'advection dans (31) et (32) sont du même ordre et

$$(39) \quad \nabla \cdot (\mathbf{u}u_i) \sim \frac{v^2}{d_h}$$

Aux ondes longues comme les marées, on peut associer une fréquence  $\omega$  qui, dans la mer du Nord, est du même ordre que la fréquence de Coriolis  $f$ . Dans ces conditions :

$$(40) \quad \frac{\partial u}{\partial t} \sim \omega u \sim fu,$$

$$(41) \quad \nabla \cdot (\mathbf{u}u) \sim \omega u \frac{v}{c},$$

utilisant (39), assimilant  $d_h$  à la longueur d'onde et introduisant la vitesse de phase  $c$ . Comme le rapport  $\frac{v}{c}$  est en général petit

( $< 0,1$ ) , le terme d'advection paraît négligeable. Il est bon cependant de le conserver pour deux raisons :

i) à certains endroits (notamment près des points d'amphidromie)  $d_h$  peut être plus petit que la longueur d'onde;

ii) l'effet moyen du terme d'advection sur la circulation résiduelle est essentiel.

Il faut noter que négliger le terme d'advection pour les marées et les tempêtes reviendrait à linéariser (31) et (32) pour ce problème. Cette simplification est cependant illusoire car les conditions aux limites à l'interface air-mer et au fond sont, de toutes façons, non-linéaires (les modèles intégrés sur la profondeur sont donc décrits par des équations non-linéaires puisqu'elles contiennent ces valeurs limites).

On a, en effet :

$$(42) \quad \tau_s = \left[ \nu \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right]_s \mathbf{e}_1 + \left[ \nu \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right]_s \mathbf{e}_2 = C \mathbf{V} \|\mathbf{V}\|$$

où  $\mathbf{V}$  est la vitesse du vent à une hauteur de référence (10 m) et  $C$  un coefficient de *drag* donné par [Nihoul et Runday (1976)] :

$$(43) \quad C = (0,98 + 0,14 V) 10^{-6} .$$

D'autre part,

$$(44) \quad \tau_b = \left[ \nu \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right]_b \mathbf{e}_1 + \left[ \nu \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right]_b \mathbf{e}_2 = D \bar{\mathbf{u}} \|\bar{\mathbf{u}}\|$$

où  $\bar{\mathbf{u}}$  est la vitesse horizontale moyenne sur la profondeur et  $D$  un coefficient de *drag* donné par :

$$(45) \quad D = \frac{\alpha_0}{(1,23 + \ln \frac{0,14 H}{z_0})^2}$$

où  $z_0$  est la longueur de rugosité,  $H$  la profondeur totale et  $\alpha_0$  une constante.

La détermination des courants de marées et de tempêtes et de l'élévation de la surface qui leur est associée est évidemment primordiale. En particulier, les élévations d'eau à la côte conditionnent tous les travaux de génie maritime (ports, digues, ...).

Pour d'autres problèmes (dérive et hétérogénéité du plancton, temps de résidence des polluants), on s'intéresse moins aux détails horaires ou journaliers des courants qu'à leurs moyennes sur une période relativement longue, peut-être plusieurs mois.

Ces courants, dont on a éliminé, par la moyenne, l'essentiel des courants de marée et des courants transitoires dus aux vents, sont généralement appelés "résiduels", encore que le mot "résiduel" est parfois utilisé dans des acceptions légèrement différentes et que "courants moyens" est plus clair, particulièrement si l'on spécifie la période à laquelle ils se rapportent.

En principe, les courants résiduels pourraient être déterminés en résolvant les équations (31) et (32) avec des conditions aux limites appropriées. On peut montrer, cependant qu'il est impossible, de cette façon, d'obtenir une précision suffisante. En effet, les courants résiduels sont considérablement plus petits que les courants de marées et de tempêtes. Ils sont, en réalité, à peu près du même ordre de grandeur que les erreurs commises dans la détermination de ces derniers et induites, entre autre, par l'imprécision des conditions aux limites aux frontières en mer ouverte [Nihoul et Runday (1976)].

En prenant la *moyenne des solutions* de (31) et (32), on arrive, avec une erreur de 10 % sur la circulation transitoire, à une erreur de 100 % sur la circulation résiduelle.

Il en est autrement si l'on prend la *moyenne des équations* (31) et (32) et si l'on résout séparément les équations moyennes pour les courants résiduels avec les conditions aux limites moyennes adaptées à ces équations.

Soient en effet  $u^0$  et  $u^1$  le courant moyen (résiduel) et la déviation de moyenne nulle par rapport à celui-ci. On a :

$$(46) \quad u = u^0 + u^1 .$$

Si la période de temps  $\theta$  sur laquelle on prend la moyenne est suffisamment grande, les moyennes des dérivées temporelles  $\frac{\partial u_1}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial u_2}{\partial t}$  peuvent être négligées (elles sont inférieures à deux fois la

vitesse maximale divisée par  $\theta$ ). Le champ de vitesse  $\mathbf{u}^0$  est dès lors décrit par des équations stationnaires.

Celles-ci s'obtiennent en prenant les moyennes de (31) et (32).

Soient

$$(47) \quad \nabla \cdot (\mathbf{u}^0 \mathbf{u}_1^0) + \nabla \cdot (\mathbf{u}^1 \mathbf{u}_1^1)_0 = - \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{p^0}{\rho_m} \right) + f u_2^0 + \mathcal{D}_1^0$$

$$(48) \quad \nabla \cdot (\mathbf{u}^0 \mathbf{u}_2^0) + \nabla \cdot (\mathbf{u}^1 \mathbf{u}_2^1)_0 = - \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{p^0}{\rho_m} \right) - f u_1^0 + \mathcal{D}_2^0 .$$

La pression résiduel  $p^0$  est, d'après (25), donnée par

$$(49) \quad - \frac{p^0}{\rho_m} = g x_3 + \varphi^0$$

où  $\varphi^0$  est une fonction de  $x_1$  et  $x_2$  à déterminer.

Si  $\zeta^0$  est l'élévation résiduelle (c'est-à-dire l'élévation d'une surface conventionnelle qui se déplace verticalement avec le courant résiduel  $u_3^0$ ) et si  $p_a^0$  est la pression atmosphérique sur cette surface, on a

$$(50) \quad \varphi^0 = - \frac{p_a^0}{\rho_m} + g \zeta^0$$

et

$$- \frac{p^0}{\rho_m} = - \frac{p_a^0}{\rho_m} + g \eta^0$$

avec

$$(51) \quad \nabla \cdot \mathbf{u}^0 \eta^0 = 0 \quad \text{en} \quad \eta^0 \equiv \zeta^0 - x_3 = 0 .$$

Les premiers termes des membres de gauche de (47) et (48) sont négligeables devant les seconds, lesquels sont du même ordre que les termes des membres de droite<sup>1</sup>. Par exemple, .

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}^1 \mathbf{u}_1^1)_0 \sim \frac{v^1 v^1}{d_h^1} \sim 10^{-5}$$

pour  $v^1 \sim 1$ ,  $d_h^1 \sim 10^5$ ,

---

1. L'erreur sur  $\mathbf{u}^0$  induite par une erreur sur  $\mathbf{u}^1$  peut facilement s'estimer. On a

$$f \delta u^0 \sim O[\delta \nabla \cdot (\mathbf{u}^1 \mathbf{u}_1^1)] \sim O[\nabla \cdot (\mathbf{u}^1 \mathbf{u}_1^1) \frac{\delta u^1}{u^1}] \sim f u^0 \frac{\delta u^1}{u^1} .$$

D'où

$$\frac{\delta u^0}{u^0} \sim \frac{\delta u^1}{u^1} .$$

$$fu_2^0 \sim fv^0 \sim 10^{-5}$$

pour  $f \sim 10^{-4}$ ,  $v^0 \sim 10^{-1}$ .

On constate que les courants transitoires  $u^1$  disparaissent des termes linéaires mais subsistent dans les termes non linéaires où ce sont au contraire les courants résiduels  $u^0$  qui peuvent être négligés.

Les termes  $\nabla \cdot (u^1 u_i^1)_0$  représente une accélération de la circulation résiduelle par les interactions non-linéaires des courants transitoires et particulièrement des courants de marée. C'est pourquoi le nom de "tensions de marée" a été introduit pour les désigner dans le contexte légèrement différent des modèles pré-intégrés sur la profondeur [Nihoul et Runday (1975)].

On a déjà noté que, à résoudre les équations (31) et (32) avec les conditions aux limites appropriées, on n'obtenait virtuellement que  $u^1$  (la contribution minime de  $u^0$  étant de l'ordre de l'erreur). Cette solution peut être utilisée pour évaluer explicitement les "tensions de marées" et les substituer dans (47) et (48) où elles jouent le rôle de forces extérieures.

Les équations (47) et (48) sont indépendantes du temps. Elles ne nécessitent donc que des conditions aux limites. Ce sont évidemment des conditions prises en moyenne sur la période de temps qui a servi à définir  $u^0$  qu'il convient d'imposer.

Il est intéressant de noter qu'en raison de la norme apparaissant dans la formule (44), le flux résiduel  $\tau_b^0$  devient, en première approximation linéaire en la vitesse résiduelle moyenne, c'est-à-dire

$$(52) \quad \tau_b^0 \sim c^0 \bar{u}^0 .$$

Le nouveau coefficient de *drag* dépend de  $\|u^1\|$  et peut être calculé en chaque point à l'aide du modèle de courants transitoires préalable.

#### 4.- Advection et dispersion

L'analyse de l'équation (17) est beaucoup moins facile que celle des équations hydrodynamiques discutées à la section précédente.

i) Le terme d'advection  $\nabla \cdot r_a \mathbf{u}$  peut s'écrire, en vertu de (7), en distinguant les transports horizontaux et les transports verticaux

$$(53) \quad \nabla \cdot r_a \mathbf{u} = \mathbf{u} \cdot \nabla r_a = (u_1 \frac{\partial r_a}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial r_a}{\partial x_2}) + u_3 \frac{\partial r_a}{\partial x_3}$$

Les ordres de grandeur des deux termes du membre de droite peuvent être évalués en introduisant des vitesses caractéristiques horizontale et verticale respectivement  $v_h$  et  $v_v$  et des longueurs  $\delta_h$ ,  $\delta_v$  caractéristiques des variations respectivement horizontale et verticale de  $r_a$ . On a

$$(54) \quad u_1 \frac{\partial r_a}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial r_a}{\partial x_2} \sim O\left(\frac{v_h r_a}{\delta_h}\right)$$

$$(55) \quad u_3 \frac{\partial r_a}{\partial x_3} \sim O\left(\frac{v_v r_a}{\delta_v}\right).$$

En se basant sur l'équation (7), on avait admis

$$(5) \quad \frac{v_h}{d_h} \sim \frac{v_v}{d_v}$$

$d_h$  et  $d_v$  étant des longueurs caractéristiques des variations de  $u$ .  $d_v$  est toujours comparable à la profondeur  $h$  car la vitesse, nulle au fond et maximale en surface, présente naturellement un profil marqué sur une distance de l'ordre de  $h$ .

Ceci n'est pas nécessairement vrai de la distribution de  $r_a$  qui, en présence d'une forte turbulence, peut être sensiblement uniforme sur la hauteur d'eau, entraînant  $\delta_v \gg d_v \sim h$ .

Les variations horizontales de  $r_a$  peuvent être comparables à celles du champ de vitesse si elles résultent d'un long ajustement à celui-ci. Dans de nombreux cas, cependant, par exemple dans le domaine qui entoure un point de déversement, les gradients de  $r_a$  peuvent être considérablement plus importants et

$$(57) \quad \delta_h \lesssim d_h.$$

Comparant dès lors (54), (55) et (56), on voit que, le plus souvent, l'advection horizontale domine l'advection verticale.

ii) Les apports extérieurs  $Q_a$  sont imposés au problème. Ils se font à un certain rythme que l'on peut caractériser par un temps  $\tau_e$  tel que

$$(58) \quad Q_a \sim \frac{r_a}{\tau_e}$$

$\tau_e$  peut être très différent selon les circonstances.

Dans de nombreux problèmes cependant, les apports extérieurs n'affectent pas vraiment les équations d'évolution. C'est le cas des apports aux frontières ou des déversements rapides (mathématiquement instantanés). Ceux-ci interviennent respectivement dans les *conditions aux limites* et dans les *conditions initiales* et  $Q_a$  peut être négligé dans les *équations*.

Pour la simplicité de la discussion, on se placera désormais dans ce cas.

iii) Les interactions  $I_a$  et la migration  $\nabla \cdot r_a \sigma_a$  peuvent être combinés. La migration (la sédimentation par exemple) apparaît en effet comme une interaction du premier ordre ne faisant intervenir que la variable  $r_a$ . C'est le cas également de la décroissance radioactive qui apparaîtrait dans  $I_a$  par un terme de la forme  $-kr_a$ . On peut introduire un temps caractéristique des interactions  $\tau_i$  tel que

$$(59) \quad I_a - \nabla \cdot r_a \sigma_a \sim \frac{r_a}{\tau_i}$$

iv) La dispersion turbulente peut être divisée en dispersion horizontale et dispersion verticale dont on peut estimer les ordres de grandeur :

$$(60) \quad \kappa \left( \frac{\partial^2 r_a}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 r_a}{\partial x_2^2} \right) \sim \frac{\kappa r_a}{\delta_h^2}$$

$$(61) \quad \kappa \frac{\partial^2 r_a}{\partial x_3^2} \sim \frac{\kappa r_a}{\delta_v^2}$$

La comparaison des deux termes est difficile car, on l'a vu,  $\delta_v$  dépend de l'efficacité du mélange préalable. Dans le sud de la mer du Nord où le mélange est très intense et la profondeur faible, le

temps caractéristique de la dispersion verticale est de l'ordre de

$$(62) \quad \frac{\delta_v^2}{\kappa} \sim 10^4 .$$

Bien entendu, le processus ralentit à mesure que la distribution s'uniformise ( $\delta_v$  augmente) mais l'homogénéisation reste très rapide.

Il convient alors d'étudier la dispersion horizontale de la concentration moyenne sur la colonne d'eau.

Les modèles de dispersion adaptés à cette étude sont développés dans le volume 5 . Un des points saillants de ces modèles est la participation dominante de certaines contributions du terme d'advection à la dispersion horizontale.

Ce résultat peut être pressenti d'une manière générale en comparant (54) et (60). Les deux termes sont dans le rapport :

$$(63) \quad \frac{v_h \delta_h}{\kappa} \gg 1 .$$

Ce n'est donc pas la diffusion turbulente proprement dite qui assure la dispersion mais l'advection par des courants irréguliers et changeants.

Ces courants présentent toute une gamme de temps et de longueurs caractéristiques, de la circulation résiduelle à l'échelle du bassin à la turbulence homogène à l'échelle du mètre et de la minute. Ils font penser à une forme de *turbulence horizontale* qui ne serait ni entièrement aléatoire (certaines structures organisées se distinguant nettement) ni parfaitement homogène et isotrope (des directions privilégiées, comme celles des marées s'y faisant clairement sentir).

C'est pourquoi, malgré d'évidentes différences, de nombreux auteurs ont proposé d'étendre, à la dispersion horizontale, des formules semblables à celles de Kolmogorov, imaginant une cascade de pseudo-tourbillons horizontaux, maintenant une constante interaction entre les différentes échelles du mouvement et assurant ainsi le mélange des eaux.

La façon la plus simple d'exposer cette théorie est de considérer le cas d'un rejet instantané ( $Q_a \sim 0$ ) d'un contaminant passif

( $I_a - \nabla \cdot r_a \sigma_a \sim 0$ ) qui reste confiné dans une couche mince homogène à la hauteur du rejet ( $u_3 \frac{\partial r_a}{\partial x_3} \sim 0$  ;  $\kappa \frac{\partial^2 r_a}{\partial x_3^2} \sim 0$ ). Cette situation est extrêmement improbable dans le sud de la mer du Nord, étant donné la rapidité du mélange vertical et ne pourrait concerner, dans cette région, que les premiers temps du déversement. Elle pourrait se produire dans le nord en fin de printemps ou en été à l'endroit où une thermocline saisonnière a pu se développer (e.g. figure 13). En effet, la stratification diminue considérablement la diffusivité verticale qui peut tomber à des valeurs aussi basses que  $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  dans certains cas.

De toute façon, le problème considéré est d'application dans d'autres régions marines et n'est pas du tout irréaliste.

Si nous négligeons la dispersion horizontale proprement turbulente devant l'advection, l'équation (17) se réduit, dans le cadre des hypothèses ci-dessus, à

$$(64) \quad \frac{\partial r_a}{\partial t} + \nabla \cdot r_a \mathbf{u}_h = 0$$

où  $\mathbf{u}_h$  désigne le vecteur vitesse horizontale.

Soit

$$\mathbf{u}_h = \mathbf{u}_c + \tilde{\mathbf{u}}$$

où  $\mathbf{u}_c$  désigne un courant constant de référence caractéristique de la région et de l'époque du déversement ( $\mathbf{u}_c$  est obtenu en faisant par exemple la moyenne des courants observés sur toute la région concernée à différentes reprises pendant la même époque de l'année).

L'équation (64) devient :

$$(66) \quad \frac{\partial r_a}{\partial t} + \mathbf{u}_c \cdot \nabla r_a + \nabla \cdot r_a \tilde{\mathbf{u}} = 0 .$$

Si on répète la même expérience de déversement plusieurs fois au même endroit, à la même époque de l'année mais dans des conditions chaque fois particulières (début du déversement à un moment différent de la marée, conditions atmosphériques différentes), on observera, par définition, la même déplacement global de la nappe avec la vitesse  $\mathbf{u}_c$ .

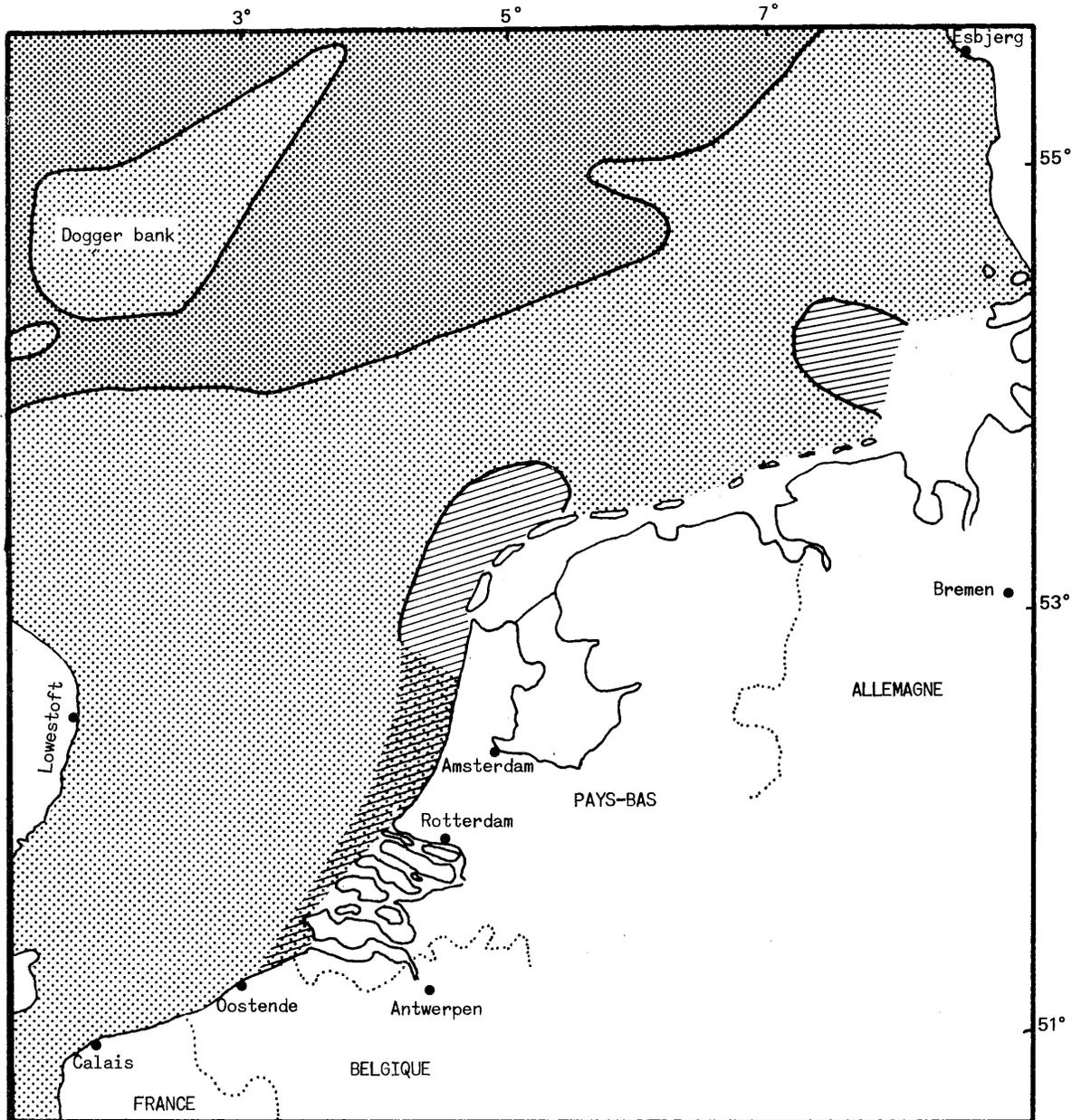


fig. 13.

-  Région homohaline et homotherme.
-  Région homohaline et généralement homotherme avec toutefois une possibilité de thermocline saisonnière (maximum de 1° à 7°) se développant à la fin du printemps et pouvant atteindre une profondeur maximale de 20 m en août pour disparaître à nouveau en septembre.
-  Région de stratification halocline avec thermoclines temporaires en juin et juillet (1° C, 5 m).

mais celle-ci sera élonguée, distordue et en définitive dispersée différemment selon l'action spécifique des courants  $\tilde{u}$ .

Dans une expérience précise, on s'intéresse évidemment aux détails de la dispersion et on souhaite pouvoir reproduire aussi fidèlement que possible la grandeur et la forme de la nappe en fonction du temps. Dans le cadre d'un modèle prédictif axé sur des objectifs de gestion, on recherche plutôt un outil permettant d'évaluer *a priori* l'ampleur du déversement et, sans nécessairement reproduire tous les détails occasionnels des processus impliqués, on veut être à même de prédire rapidement, et au moindre coût, toutes les caractéristiques distinctives du phénomène.

Ce déversement idéalisé, typique, on le connaîtrait évidemment si l'on pouvait effectivement réaliser un très grand nombre d'expériences semblables au même point et à la même époque, et faisant la moyenne des observations, tracer l'évolution temporelle des courbes d'égales concentrations représentatives de la tendance permanente.

Cette série d'expériences n'est évidemment pas réalisable mais le concept peut être exploité mathématiquement pour déduire de (66) une équation décrivant un déversement hypothétique présentant toutes les caractéristiques permanentes essentielles des déversements réels.

Considérant, par la pensée, la série des expériences possibles, on effectue une moyenne stochastique de l'équation (66). Si  $c$  désigne la moyenne de  $r_a$  dans ce sens et  $\tilde{c}$  la déviation autour de cette moyenne, on déduit de (66), l'équation de dispersion "type" :

$$(67) \quad \frac{\partial c}{\partial t} + u_c \cdot \nabla c + \nabla \cdot (\tilde{c} \tilde{u})_c = 0$$

où  $(\tilde{c} \tilde{u})_c$  est la moyenne stochastique du produit des fluctuations.

Le second terme de (67) représente un déplacement d'ensemble de la nappe, le troisième terme une dispersion de celle-ci par les mouvements irréguliers et variables de la mer.

On peut admettre que la moyenne stochastique, en considérant un grand nombre d'exemplaires du même problème, a "effacé" les structures

semi-organisées et les directions privilégiées et il devient raisonnable de décrire la dispersion horizontale assurée par le terme  $\nabla \cdot (\tilde{c}u)_c$  à l'aide des concepts de la turbulence.

Dans cette optique, on pose

$$(68) \quad (\tilde{c}u)_c = - \lambda \nabla c$$

introduisant un paramètre de commande  $\lambda$ .

On pressent que les "intermédiaires" de la dispersion sont ces "tourbillons" horizontaux, dont les dimensions sont comparables aux distances caractéristiques des gradients de concentration moyenne. A ces tourbillons, on peut associer, par la théorie de Kolmogorov un temps caractéristique :

$$(69) \quad \tau \sim \varepsilon^{-1/3} \delta_h^{2/3},$$

une vitesse caractéristique :

$$(70) \quad v \sim \varepsilon^{1/3} \delta_h^{1/3},$$

et une diffusivité :

$$\lambda \sim \alpha \varepsilon^{1/3} \delta_h^{4/3}$$

où  $\alpha$  est un facteur numérique liant la diffusivité  $\lambda$  à la viscosité  $\varepsilon^{1/3} \delta_h^{4/3}$  et pouvant dépendre de la nature de  $c$ .  $\varepsilon$  est, comme précédemment, le taux de transfert de l'énergie à travers la cascade.

Une difficulté se présente ici parce que la théorie de Kolmogorov et la notion même de  $\varepsilon$  repose sur la conception d'une cascade énergétique par laquelle les grands tourbillons transfèrent leur énergie de proche en proche vers les petits tourbillons où celle-ci est dissipée.

La région concernée par un déversement peut s'étendre sur une centaine de  $\text{km}^2$  et le modèle doit faire intervenir des tourbillons allant de  $10^4$  m à la limite de la turbulence.

Il n'est pas possible d'admettre dans ces conditions que toute l'énergie est fournie aux grandes échelles et simplement transmise aux plus petites. Des apports énergétiques aux échelles intermédiaires ne peuvent pas être exclus et de tels apports sont susceptibles de modifier "en cours de cascade" la valeur de  $\varepsilon$ .

Les observations semblent indiquer cependant qu'on peut séparer les tourbillons en trois catégories selon leurs tailles et associer à chacune d'elle une valeur constante de  $\epsilon$  (fig. 14).

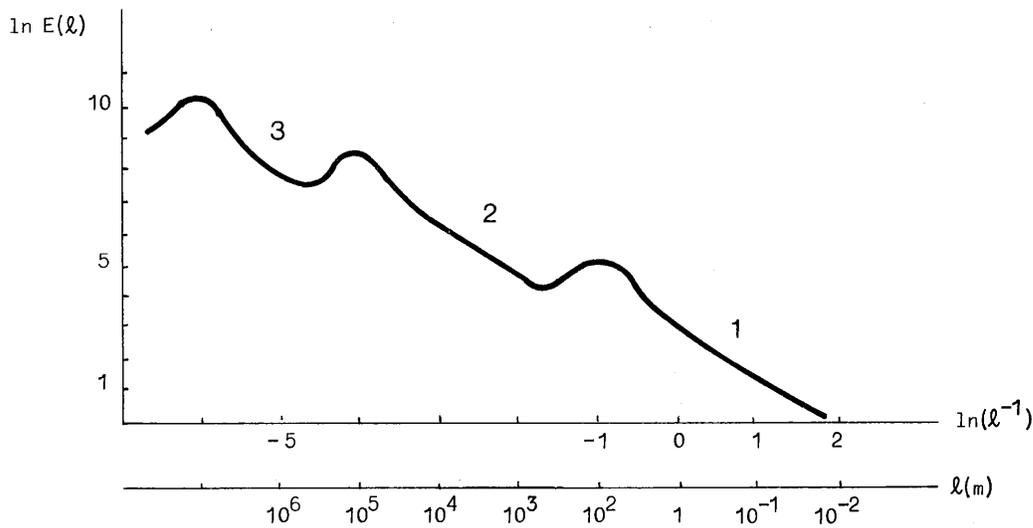


fig. 14.

Répartition de l'énergie entre les différentes échelles horizontales

Echelle $l$ (m)	Taux de transfert $\epsilon$ ( $m^2 \cdot s^{-3}$ )
Catégorie 1	$10^{-6}$
Catégorie 2	$10^{-8}$
Catégorie 3	$10^{-10}$

Dans ces conditions, pourvu qu'on change la valeur de  $\epsilon$  lorsque  $\delta_h$  dépasse une valeur critique, la formule (71) est applicable.

Bien qu'il soit généralement admis qu'à cause du spectre très étendu de mouvement horizontal, la diffusivité horizontale est une fonction croissante de l'échelle du mélange, la loi en  $\frac{4}{3}$  de l'équation (71) n'est pas unanimement utilisée et, sur la base d'observations particulières, différents auteurs ont proposé des formes

légèrement différentes où  $\lambda$  se comporte comme une puissance différente de la longueur de mélange (1 ; 1,15 ; ...).

Pour résoudre l'équation (67), il est commode de se placer dans des axes se déplaçant avec la vitesse de référence  $u_c$ .

Les nouvelles coordonnées  $x_1^*, x_2^*$  sont données par

$$(72) \quad x^* = x - u_c t .$$

Dans les axes en mouvement, la dérivée temporelle devient :

$$\frac{\partial c}{\partial t} - u_c \cdot \nabla c$$

et, substituant dans (67), utilisant (68), on obtient :

$$(73) \quad \frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla c) .$$

On peut considérer que la dispersion est isotrope dans les axes en mouvement et, travaillant en coordonnées polaires  $r, \theta$ , on peut admettre que  $c$  est une fonction de  $t$  et de  $r$  seulement et ne dépend pas de  $\theta$ .

La diffusivité  $\lambda$  est aussi une fonction de  $r$  puisqu'elle dépend de l'échelle du mélange ( $\delta_h \sim r$ ). La formule (71), comme les formules du même type qui ont été proposées, peut se mettre sous la forme générale :

$$(74) \quad \lambda = \alpha r^q$$

$$(q = 1 ; 1,15 ; \frac{4}{3} ; \dots) .$$

Combinant (73) et (74), on obtient en coordonnées polaires :

$$(75) \quad \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\alpha r^{q+1} \frac{\partial c}{\partial r}) .$$

On cherche une solution de la forme :

$$(76) \quad c = \gamma(t) \exp[-\sigma(t) r^m] .$$

Substituant dans (75), on trouve :

$$(77) \quad \frac{d\gamma}{dt} - \gamma \frac{d\sigma}{dt} r^m = m^2 \sigma^2 \alpha \gamma r^{2m+q-2} - (q+m) \alpha \gamma \sigma m r^{q+m-2} .$$

L'existence d'une solution de similitude du type (76) dépend de la possibilité de choisir  $m$  de telle manière que les mêmes puissances de  $r$  apparaissent dans les deux membres. On voit immédiatement que le seul choix possible ( $q \neq 2$ ) est

$$q + m - 2 = 0$$

$$2m + q - 2 = m$$

et

$$(78) \quad \frac{d\gamma}{dt} = -2(2-q)\alpha\gamma\sigma$$

$$(79) \quad \frac{d\sigma}{dt} = -(2-q)^2\alpha\sigma^2$$

Tirant  $\sigma$  de (79), substituant dans (78) et intégrant, on obtient :

$$(80) \quad \sigma^{-1} = (2-q)^2 \int_0^t \alpha dt$$

$$(81) \quad \gamma = A \sigma^{\frac{2}{2-q}}$$

où  $A$  est une constante d'intégration.

On a donc

$$(82) \quad c = A \sigma^{\frac{2}{2-q}} \exp[-\sigma r^{2-q}] .$$

Quand  $t$  tend vers zéro,  $\sigma$  tend vers l'infini et  $c$  tend vers zéro partout sauf à l'origine  $r = 0$ . La solution de similitude (82) est donc appropriée au problème d'un déversement instantané en  $r = 0$  en  $t = 0$ .

Si  $C$  est la quantité totale déversée par unité de profondeur (on rappelle que le contaminant est en réalité uniformément distribué sur une mince couche horizontale), la constante d'intégration  $A$  peut être déterminée en fonction de  $C$  soit en imposant la condition initiale soit en exprimant la conservation de la masse :

$$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\infty cr dr = 2\pi \int_0^\infty cr dr = C .$$

Substituant (82) et effectuant l'intégration, on obtient :

$$(83) \quad A = \frac{(2 - q) C}{2\pi \Gamma\left(\frac{2}{2 - q}\right)}$$

où  $\Gamma$  est la fonction gamma. D'où

$$c = \frac{(2 - q) C}{2\pi \Gamma\left(\frac{2}{2 - q}\right)} \sigma^{\frac{2}{2-q}} \exp[-\sigma r^{2-q}] .$$

Des formes particulières de (84) ont été utilisées par différents auteurs dans l'hypothèse où  $\alpha$  est une constante ( $\sigma$  proportionnel à  $t^{-1}$ ) et pour des valeurs de  $q$  égales à 0, 1 et  $\frac{4}{3}$  respectivement. On a :

i)  $\alpha = C^{te}$ ,  $q = 0$  (diffusivité constante),

$$c = \frac{C}{4\pi\alpha t} \exp\left(-\frac{r^2}{4\alpha t}\right) .$$

ii)  $\alpha = C^{te}$ ,  $q = 1$  (diffusivité linéaire) [ $\alpha$  est appelé dans ce cas la vitesse de diffusion  $\alpha \sim 10^{-2}$  m/s] ,

$$c = \frac{C}{2\pi\alpha^2 t^2} \exp\left(-\frac{r}{\alpha t}\right) .$$

iii)  $\alpha = C^{te}$ ,  $q = \frac{4}{3}$  [diffusivité de Kolmogorov-Ozmidov, formule (71)],

$$c = \frac{C}{6\pi t^3} \left(\frac{9}{4\alpha}\right)^3 \exp\left(-\frac{9}{4} \frac{r^{2/3}}{\alpha t}\right) .$$

L'équation (84) montre que la concentration au centre de la nappe ( $r = 0$ ) est donnée par :

$$(88) \quad c_0 = \frac{(2 - q) C}{2\pi \Gamma\left(\frac{2}{2 - q}\right)} \sigma^{\frac{2}{2-q}} .$$

Combinant (84) et (88) et posant

$$(89) \quad \eta = \ln \ln \frac{c_0}{c}$$

$$(90) \quad \xi = \ln \frac{r}{r_1}$$

$$(91) \quad \varphi(t, q) = \ln \sigma r_1^{2-q} = \ln \frac{r_1^{2-q}}{(2 - q)^2 \int_0^t \alpha dt}$$

où  $r_1$  est une valeur de référence de  $r$  introduite pour rendre les variables sans dimensions, soit la plus petite valeur de  $r$  où les concentrations sont effectivement mesurées, on obtient :

$$(92) \quad \eta = (2 - q)\xi + \varphi .$$

Cette formulation convient particulièrement bien pour interpréter les observations. En effet,  $\eta$  peut être aisément calculé en fonction de  $\xi$  à partir du relevé de la tache de polluant à un instant quelconque. Sur un diagramme de  $\eta$  en fonction de  $\xi$  tous les points expérimentaux doivent se trouver sur une même droite. La pente de la droite détermine  $q$  et par conséquent la forme la plus appropriée de la diffusivité  $\lambda$ .

La figure 15 montre les diagrammes obtenus lors de trois déversements expérimentaux en mer du Nord. La valeur  $q = 0$  semble la plus proche de la réalité même si, dans les premiers temps de

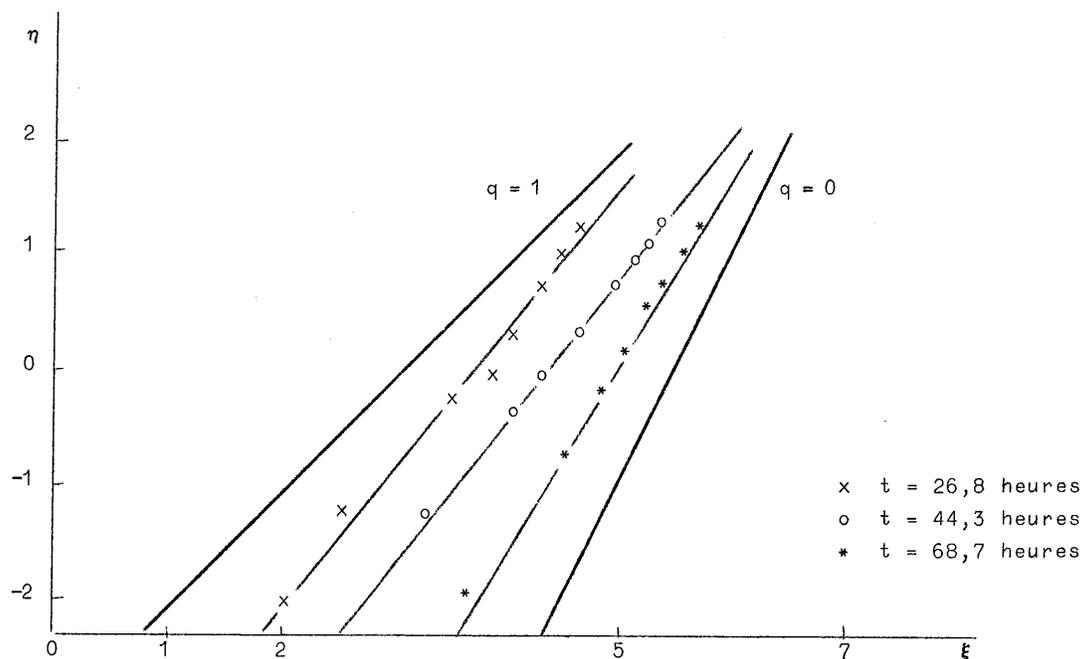


fig. 15a.

Expérience de diffusion en mer du Nord  
Diagramme  $\eta$ - $\xi$  ( $r_1 = 10$  m)

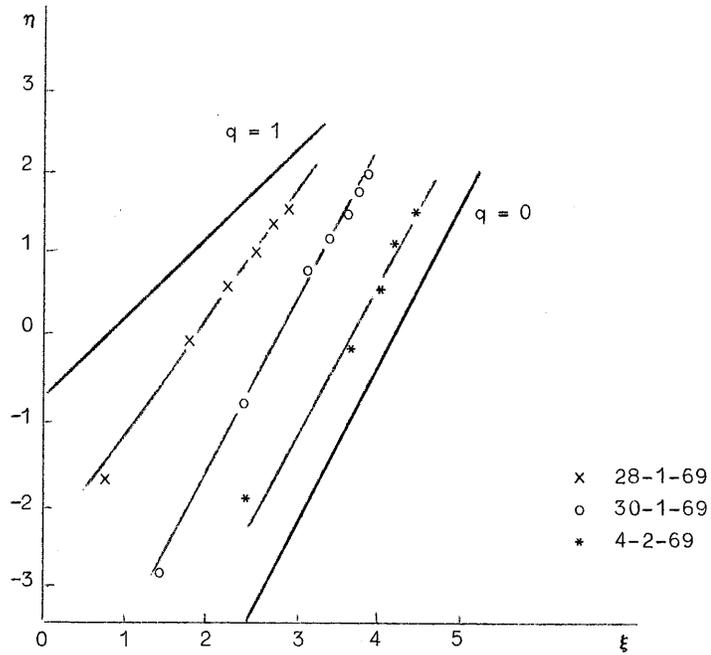


fig. 15b.

Expérience de diffusion dans le Southern Bight  
Diagramme  $\eta$ - $\xi$  ( $r_1 = 100$  m)

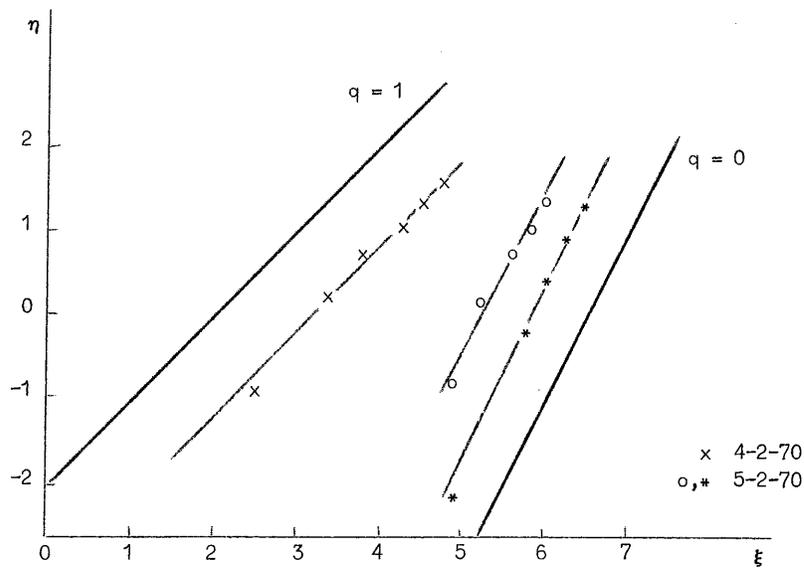


fig. 15c.

Expérience de diffusion en mer du Nord (au large de la côte du Yorkshire)  
Diagramme  $\eta$ - $\xi$  ( $r_1 = 10$  m)

l'expérience, les droites s'inclinent vers  $q = 1$  ou  $q = \frac{4}{3}$ . La valeur  $q = 0$  correspond à une diffusivité qui ne dépend pas de l'échelle horizontale de la nappe. Cette observation confirme l'analyse faite au début de cette section : la dispersion verticale est rapide et le schéma de dispersion pseudo-turbulente horizontale n'est pas applicable. Il convient d'étudier la dispersion horizontale de la concentration moyenne sur la profondeur. Les modèles qui seront présentés au volume 5 montreront qu'effectivement la diffusivité qu'il appartient d'associer à ce type de dispersion est fonction de la vitesse du courant et de la profondeur mais ne varie pas avec l'échelle horizontale du phénomène.

#### 5.- Interactions et translocations

Un véritable modèle chimique et écologique exige la solution de l'équation (17) en tenant compte non seulement des effets hydrodynamiques (advection, sédimentation, dispersion) mais également des interactions rassemblées dans le terme  $I_a$ . En général, ces interactions impliquent d'autres variables  $r_\beta$ ,  $r_\gamma$ , ... et des équations analogues à l'équation (17), décrivant l'évolution de ces variables associées, doivent être résolues en parallèle avec l'équation (17) pour  $r_a$ . On a donc un système d'équations aux dérivées partielles à résoudre. Celui-ci peut constituer un fardeau numérique et il est impérieux de restreindre les interactions prises en cause aux plus essentielles d'entre elles. Une analyse soignée des corrélations significatives et des ordres de grandeurs, fondée sur l'exploitation de la base de données, est ici particulièrement indispensable.

Souvent, il est économique d'approcher le problème par ses deux extrêmes et de développer d'une part des modèles boîtes où, les effets hydrodynamiques ayant disparu dans une intégration spatiale complète, les interactions sont mises en exergue et, d'autre part, des modèles de dispersion passive où l'effet global des interactions est pris en

compte par un terme de production ou de destruction qui n'est fonction que de la variable  $r_a$  considérée.

En réalité, ces deux approches simplifiées trouvent toutes deux leur origine dans la difficulté de paramétriser les lois d'interactions. C'est pourquoi, tandis que les modèles de dispersion passive les résument sommairement, les modèles boîtes évitent de devoir les modéliser en chaque point et se contentent de les représenter en moyenne pour l'ensemble d'une région donnée.

En fait, le problème est à la fois simple et complexe. Il est simple parce que les interactions qui interviennent dans le modèle sont des *translocations* qui résument, dans un modeste transfert d'un compartiment à un autre, un entrelacement de réactions multiples et parce que les lois qui gouvernent les réponses des familles et des agrégats sont toujours infiniment plus élémentaires que celles qui gouvernent les parties qui les constituent.

Le problème est complexe cependant parce que les lois des *translocations* ne peuvent pas être déduites, de façon rationnelle, des lois chimiques et écologiques qui gouvernent les différentes réactions qui les composent. En effet, la cinétique nécessaire, si elle existe souvent en laboratoire, n'est pas toujours adaptée au milieu marin, et, de toutes façons, le volume d'équations chimiques et biochimiques qu'il faudrait combiner rendrait l'aventure sans issue.

Il faut *paramétriser directement les translocations* en se guidant de ses connaissances chimiques et écologiques, en s'aidant de l'analyse des données et de leurs corrélations et en recherchant la confirmation de chaque hypothèse dans un dialogue permanent entre les prédictions du modèle et les observations.

En réalité, il semble que les *translocations*, qu'elles soient chimiques ou écologiques, obéissent toutes à des lois simples que l'on peut construire en combinant de façon appropriée (par sommes et produits) différentes formes d'un noyau fondamental : la loi de Michaelis-Menten-Monod; un peu comme on reconstitue une fonction périodique à l'aide de sinus ou de cosinus.

La fonction de Michaelis-Menten-Monod s'écrit pour une variable  $r$  quelconque :

$$(93) \quad I = a \frac{r}{b + r}$$

où  $a$  et  $b$  sont des paramètres de commande.

On note immédiatement que cette loi en contient beaucoup d'autres classiques. Par exemple, si  $r \ll b$ , (93) devient

i) en première approximation :

$$(94) \quad I = \frac{a}{b} r \quad (\text{loi linéaire});$$

ii) en seconde approximation :

$$(95) \quad I = \frac{a}{b} r \left(1 - \frac{r}{b}\right) \quad (\text{loi quadratique});$$

si  $r \gg b$ , (93) devient

iii) en première approximation :

$$(96) \quad I = a \quad (\text{loi constante});$$

iv) en seconde approximation :

$$(97) \quad I = a \left(1 - \frac{b}{r}\right).$$

La forme de la fonction de Michaelis-Menten-Monod se comprend facilement. On s'attend en effet à ce que le taux de translocation dépende des concentrations des "réactifs" chimiques ou écologiques dans les compartiments en présence. Plus ceux-ci sont disponibles, plus rapide devrait être le transfert. Par exemple, le transfert d'éléments nutritifs du compartiment dissous au compartiment phytoplancton doit procéder d'autant plus rapidement que la concentration des nutriments est grande et que la biomasse du phytoplancton est importante.

Le taux de transfert cependant ne peut augmenter indéfiniment avec les concentrations protagonistes. Pour garder l'exemple précédent, il y a une limite physique à la quantité de nourriture que le phytoplancton peut absorber et, par ailleurs, l'accroissement de sa biomasse

finit par faire écran à la lumière et à diminuer sa productivité. C'est cet effet de saturation que traduit le dénominateur de (93)<sup>1</sup>.  $I$  augmente d'autant moins rapidement quand  $r$  est grand et la limite pour  $r$  tendant vers l'infini est une constante.

Selon les valeurs des paramètres de commande, les formes de Michaelis-Menten-Monod peuvent évidemment dégénérer en des lois plus simples. C'est ainsi par exemple qu'en multipliant deux expressions du type (94) on retrouve la relation bi-linéaire proposée par Lotka et Volterra pour l'interaction proie-prédateur.

Pichot (1973) donne deux exemples de dégénérescence dans son modèle de productivité du bassin de Chasse d'Ostende :

i) l'absorption des nutriments par le phytoplancton dépend des nitrites et des nitrates mais pas de la concentration en phosphate qui est 20 fois plus grande que la valeur de saturation;

ii) le *grazing* n'est pas affecté par la biomasse du phytoplancton qui excède la valeur correspondant au taux de nutrition maximum du zooplancton.

Adam (1973) a étudié la sensibilité des équations d'évolution aux valeurs des paramètres de commande  $a_i$ ,  $b_i$  apparaissant dans les noyaux de Michaelis-Menten-Monod et conditionnant l'apparition de formes dégénérées éventuelles pouvant conduire à une complète linéarisation du système.

Etudiant le cycle du phosphore dans le bassin de Chasse d'Ostende, Adam étudie l'évolution temporelle de six variables représentant les quantités totales de phosphore dans six compartiments; respectivement  $x_1$  pour les phosphates dissous dans la colonne d'eau,  $x_2$  pour les suspensions inertes,  $x_3$  pour les phosphates dissous dans les eaux interstitielles,  $x_4$  pour les sédiments de fond,  $x_5$  pour le plancton et  $x_6$  pour le benthos. Les translocations sont formulées à l'aide de sommes et de produits de noyaux de Michaelis-Menten-Monod.

---

1. L'application à la chimie proprement dite paraît moins universelle mais il faut se souvenir qu'une translocation est l'aboutissement de nombreuses réactions et que la translocation finale risque d'être freinée au-delà de certaines valeurs des concentrations par la vitesse des étapes intermédiaires.

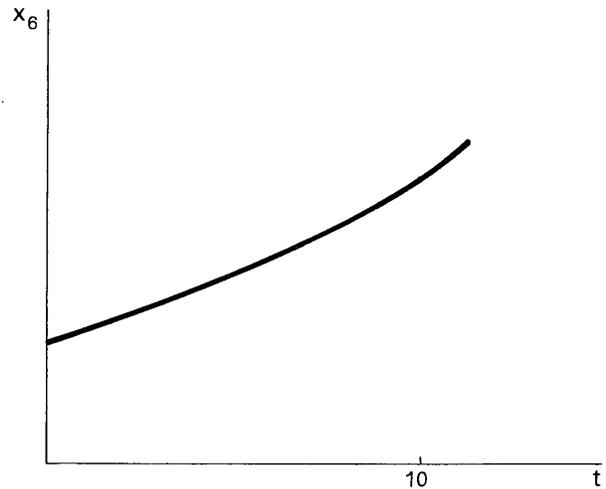
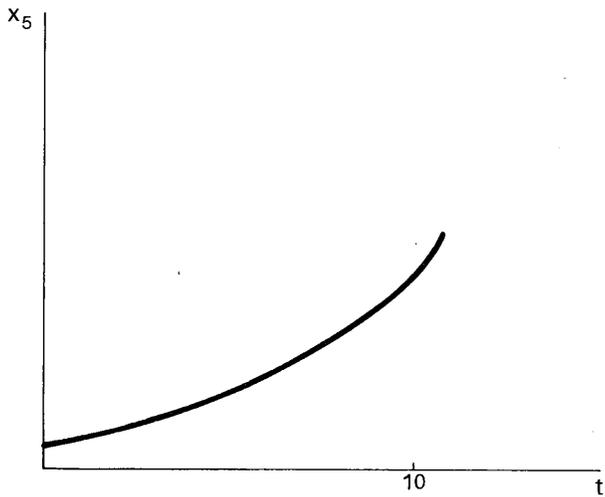
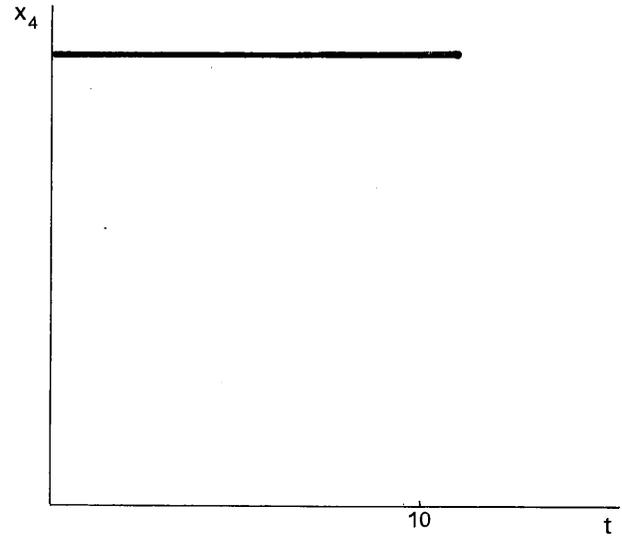
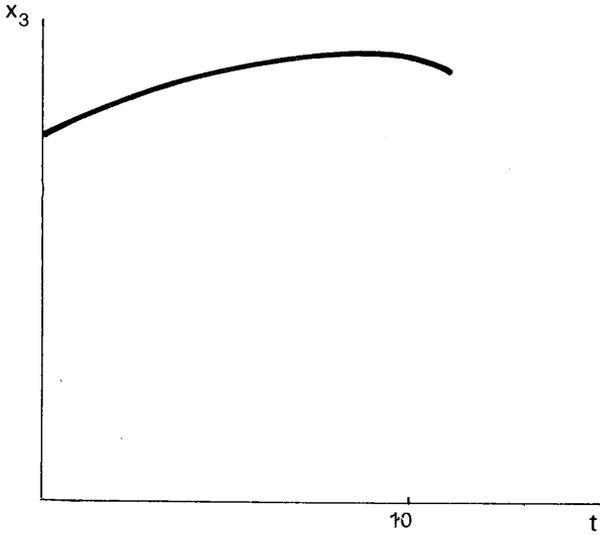
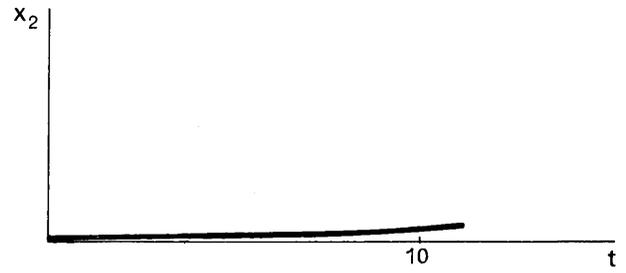
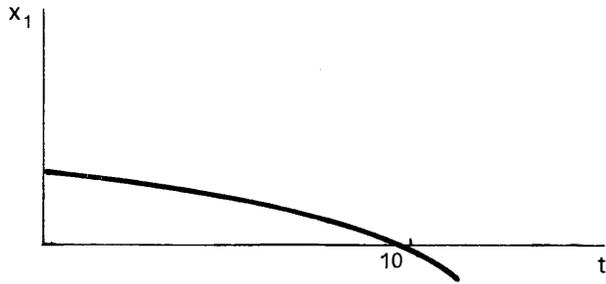


fig. 16a.

Evolution de six formes différentes de phosphore dans un bassin marin fermé, dans l'hypothèse de translocations complètement linéaires.

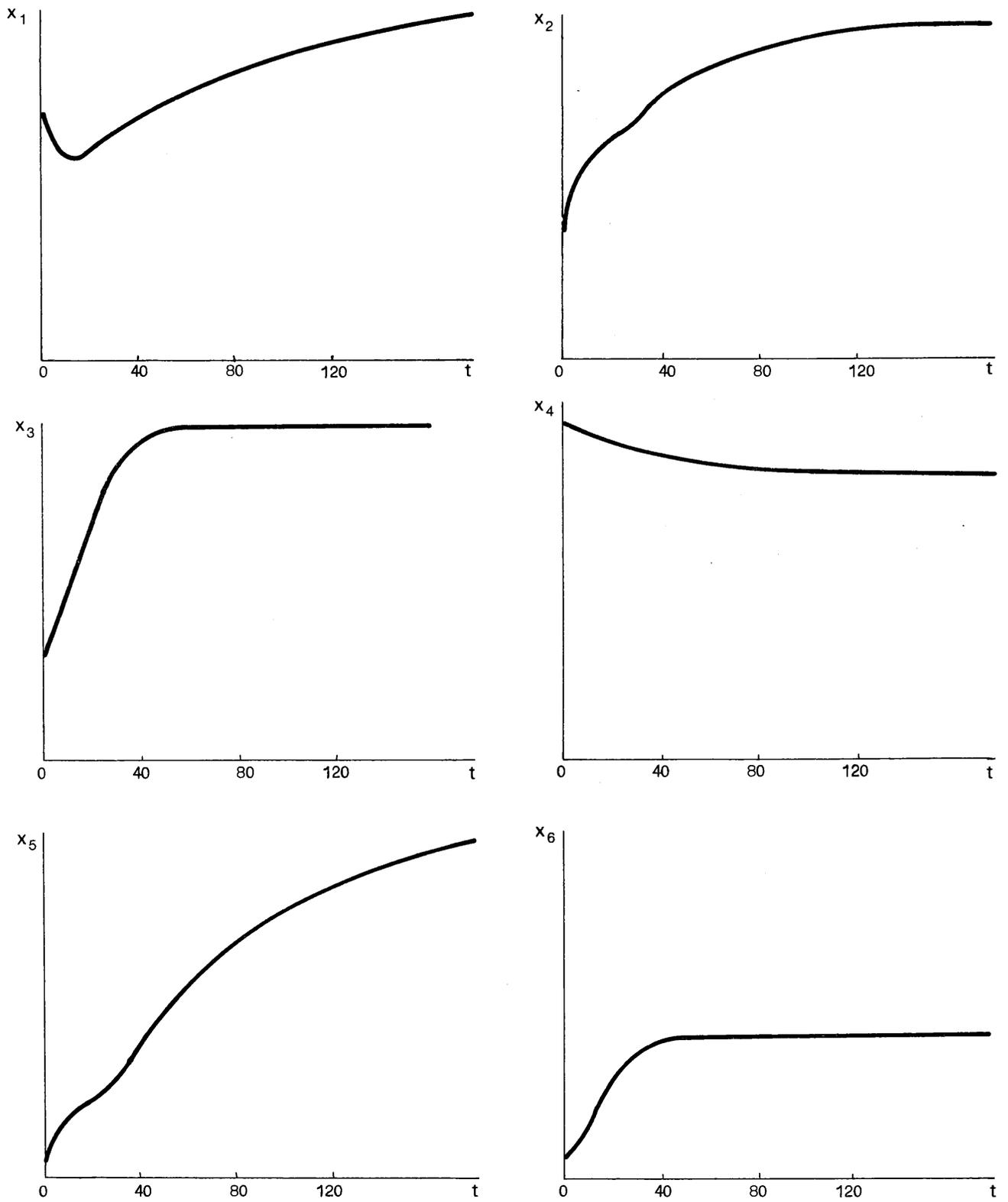


fig. 16b.

Evolution de six formes différentes de phosphore dans un bassin marin fermé, dans l'hypothèse de translocations quadratiques bi-linéaires.

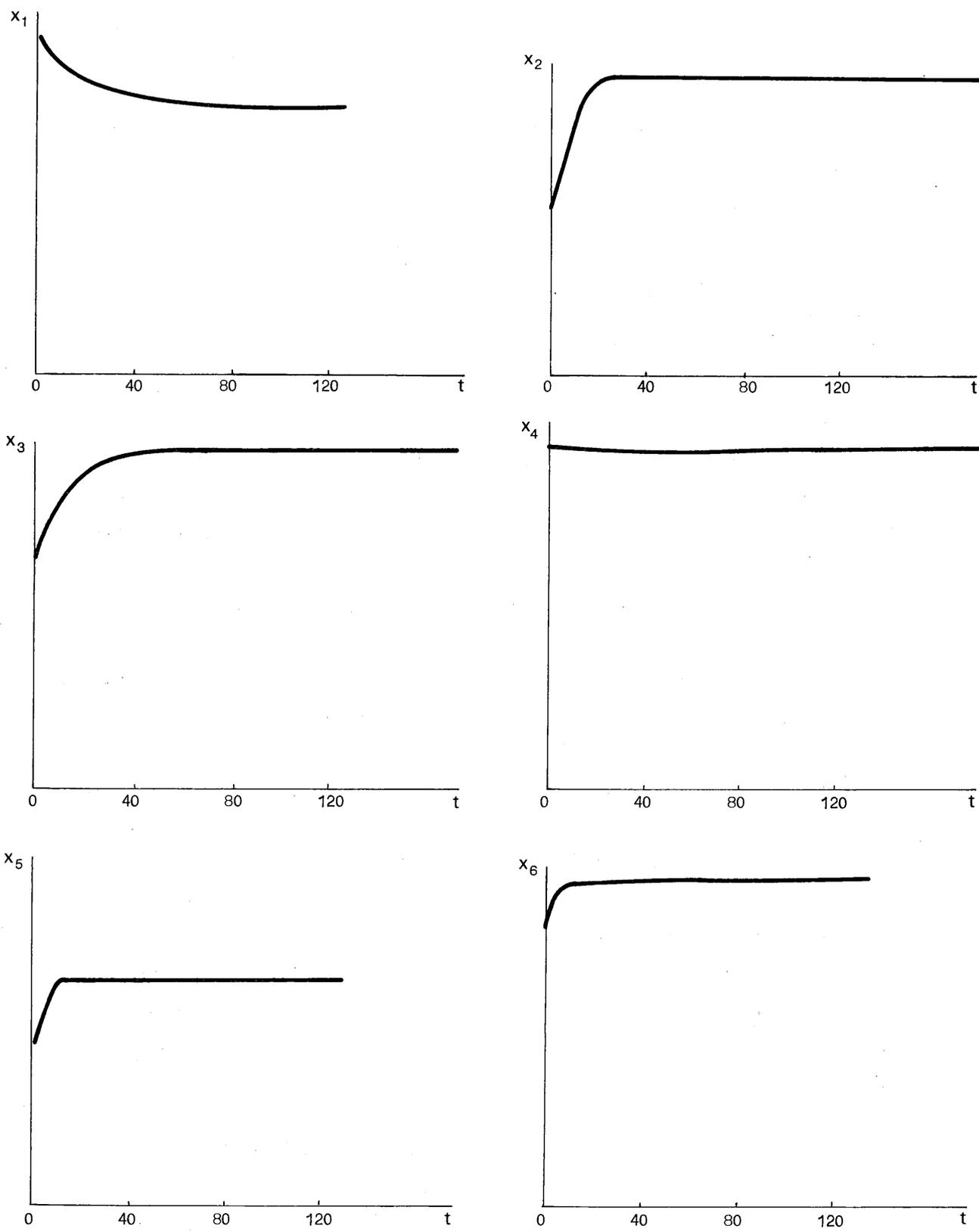


fig. 16c.

Evolution de six formes différentes de phosphore dans un bassin marin fermé, dans l'hypothèse de translocations fortement non-linéaires.

La figure 16 montre les résultats de la simulation dans trois cas typiques :

- 16a.- équations complètement linéarisées;
- 16b.- équations partiellement linéarisées contenant des termes d'interactions quadratiques bi-linéaires;
- 16c.- équations complètement non-linéaires.

L'unité de temps est le jour.

Les défauts des équations complètement linéarisées sont évidents : croissances illimitées, concentrations négatives, ...

Comparant les deux systèmes non-linéaires, on voit que les variations temporelles sont plus prononcées dans le cas quadratique-bilinéaire. Dans le cas fortement non-linéaire, un état stationnaire est atteint rapidement.

On voit, par conséquent, que les paramètres de commande peuvent modifier radicalement la réponse du système. Leurs valeurs peuvent varier considérablement d'une région à l'autre. Il faut les ajuster aux conditions du modèle et ceci nécessite une base de données importante qui fait encore défaut.

On commence à discerner l'influence de certains facteurs locaux (température, visibilité, ...) sur les paramètres mais on ne possède pas encore assez d'informations pour évaluer leurs variations spatiales. C'est ce qui justifie le recours à des modèles boîtes ne faisant intervenir que des valeurs moyennes prises sur toute une région.

Lorsqu'on possède un nombre suffisant de données expérimentales, on peut *optimiser* les paramètres, c'est-à-dire rechercher, dans les limites de valeurs que leur autorisent les observations, celles qui rendent la solution du modèle théorique aussi proche que possible de la distribution expérimentale.

Cette optimisation se fait très élégamment sur un ordinateur hybride et, à titre d'exemple, illustrant les possibilités et les servitudes des modèles d'interactions, il est intéressant de terminer ce chapitre par une brève discussion d'un modèle de productivité primaire en mer du Nord.

Le modèle conçu par Steele, adapté par Lassen et Nielsen, a été implanté sur ordinateur hybride par Droissart et Smitz [Steele (1958), Lassen et Nielsen (1972), Droissart et Smitz (1973), Nihoul (1975)].

En appelant  $N(t)$  la concentration en phytoplancton et  $C_p(t)$  la concentration en phosphate, le système d'équations s'écrit :

$$\begin{aligned}
 (98) \quad & \left\{ \begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= [\bar{p}(t) f(C_p) - k(t)] N \\ (99) \quad & \frac{dC_p}{dt} = - \frac{v W_c}{Z_m} p(t) f(C_p) N - m(t) (C_p - C_p^0) \\ (100) \quad & k(t) = m(t) + g Z(t) + \frac{v}{Z_m} \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

où  $t$  varie de 0 à 1 an.  $N^0$  représente la concentration initiale en phytoplancton (le 1er janvier),  $C_p^0$  la concentration initiale en phosphate,  $\bar{p}(t)$  le taux de production du phytoplancton,  $f(C_p)$  la réduction du taux de croissance due à une concentration non-optimale en nutriments,  $m(t)$  le coefficient de mélange dans la colonne d'eau,  $g Z(t)$  la consommation du phytoplancton par le zooplancton,  $\frac{v}{Z_m}$  le passage du phytoplancton dans la couche d'eau inférieure,

$$\frac{v W_c}{Z_m} \bar{p} f(C_p)$$

la consommation en phosphate;  $\bar{p}(t)$ ,  $g Z(t)$  et  $m(t)$  sont des fonctions connues.

La résolution de ce type de problème est classique sur calculateur analogique. Cependant, il est difficile, vu leur forme, d'engendrer analogiquement les fonctions  $\bar{p}$ ,  $g Z$  et  $m$ . Le calculateur hybride engendre ces fonctions par le calcul digital, sous forme de tables; le transfert vers le système analogique se fait au moyen de dispositifs spéciaux.

#### La mise à l'échelle

Avant de commencer toute résolution, il faut ramener toutes les variables (et en particulier  $N$  et  $C_p$ ) à des valeurs comprises entre - 1 et + 1, l'unité représentant la valeur maximale admissible sur

le calculateur (10 volts). Pour augmenter la précision relative, on veillera à ce que les valeurs maximales des nouvelles variables ainsi obtenues approchent l'unité.

Un rapide essai donne :  $N_{\max} \sim 5 \times 10^4$  ,  $C_{p\max} \sim 0,7$  . D'autre part,  $\bar{p}_{\max} \sim 8400$  ,  $m_{\max} \sim 2500$  ,  $k_{\max} \sim 3360$  .

On choisit également une correspondance entre temps analogique et temps réel.

$$(1 \text{ an})_{\text{réalité}} = (2.000 \text{ s})_{\text{analogique}}$$

(ce changement d'échelle-temps sera discuté ultérieurement).

En effectuant les changements de variables suivant :  $N' = 10^{-5} N$  ,  $C_p' = \frac{C_p}{0,7}$  ,  $p' = \frac{p}{8400}$  ,  $m' = \frac{m}{2500}$  ,  $k' = \frac{k}{3360}$  et en revenant aux variables non primées, le système d'équations devient :

$$(101) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dN}{dt} = 10 [0,42 p f(0,7 C_p) - 0,168 k] N \end{array} \right.$$

$$(102) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dC_p}{dt} = - 10 \times 0,5804 p f(0,7 C_p) N - 1,25 m (C_p - C_p^0) . \end{array} \right.$$

#### Conditions initiales

$C_p^0 = 1$  ,  $N^0 = 10^4$  (arbitraire) avec  $f(C_p)$  qui vaut :

Premier cas (modèle de Steele)

$$f(C_p) = \begin{cases} 1 & \text{si } C_p > 0,8571 \\ \frac{C_p}{0,8571} & \text{si } C_p < 0,8571 \end{cases}$$

Deuxième cas (modèle de Lassen)

$f(C_p) = \phi(a, \sigma^2, C_p)$  où  $\phi$  est la distribution de Gauss cumulée.

#### Génération de fonctions

L'intervalle temporel est fractionné en 100 parties. Les fonctions  $k$  ,  $p$  et  $m$  ( $k = g Z + m + \frac{v}{Z_m}$ ) sont calculées digitalement et rangées en mémoire sous forme de vecteurs à 101 composantes (tables). A chacun des intervalles de temps, on injecte dans le système analogique la valeur correspondante de la fonction.

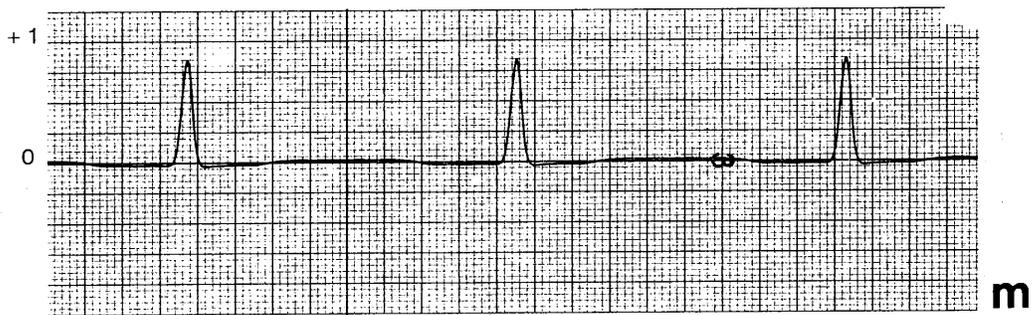
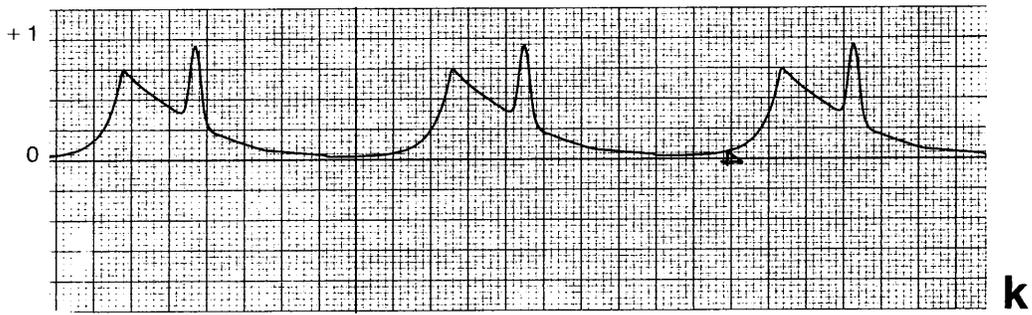
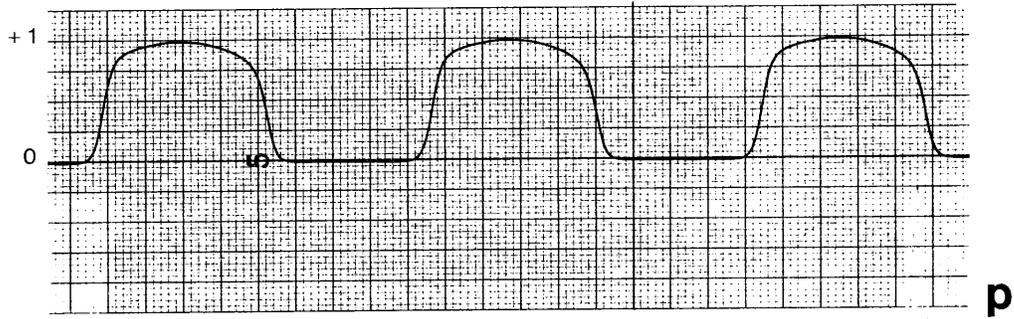


fig. 17.  
Valeurs des fonctions  $p$ ,  $k$ ,  $m$  sur trois périodes

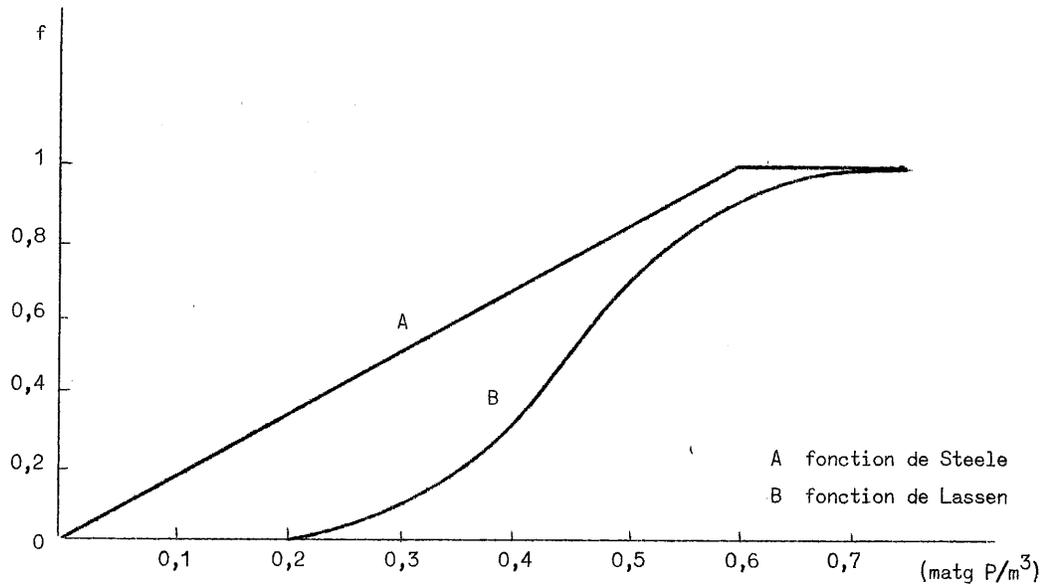


fig. 18.

Limitation du taux de production par la concentration en phosphate

On engendre ainsi des fonctions-escaliers qui approchent les fonctions réelles avec d'autant plus de précision que le nombre de points choisi est élevé.

Pour exprimer la discontinuité de  $f(C_p)$  (premier cas), on utilise un comparateur dont la sortie est au niveau logique 1 (ou 0) si la somme des entrées est positive (négative). La fonction  $f(C_p)$  en distribution de Gauss (deuxième cas) est donnée par un générateur de fonction analogique à 16 points.

Les fonctions  $p$ ,  $k$  et  $m$  engendrées par tables sont représentées à la figure 17. Les fonctions  $f(C_p)$  (premier et deuxième cas) sont données à la figure 18.

#### Choix du temps d'exécution

En plus du mode standard, existent trois autres modes qui permettent d'accélérer l'exécution d'un facteur 10, 1.000 ou 10.000.

Pour choisir le temps d'exécution, il faut respecter plusieurs critères :

i) Il doit être le plus court possible, afin d'optimiser l'utilisation de la machine.

ii) Il ne peut être trop réduit. A chacun des 100 pas, on injecte des valeurs obtenues à partir de tables mises en mémoire; le temps de transfert doit être négligeable par rapport au pas temporel choisi.

iii) Il doit être adapté au mode de visualisation et d'enregistrement choisi.

Afin de respecter ces critères, on a adopté le changement d'échelle-temps suivant :

$$(1 \text{ an})_{\text{réalité}} = (2.000 \text{ s})_{\text{analogique}}$$

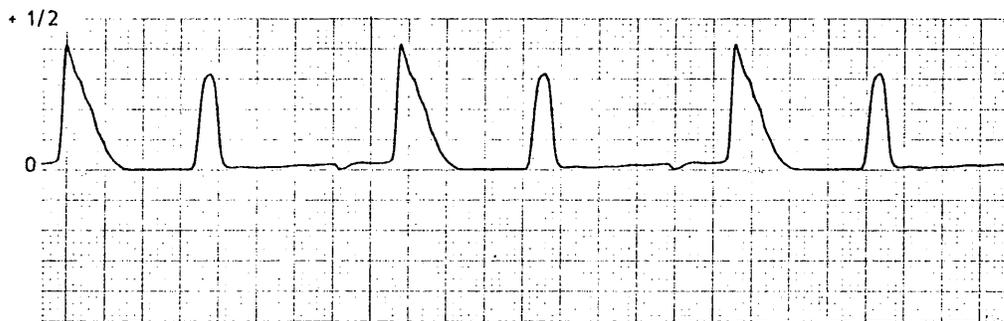


fig. 19a.

Variation de la concentration en phytoplancton N sur trois périodes lorsqu'on utilise pour  $f(C_p)$  la fonction de Steele.

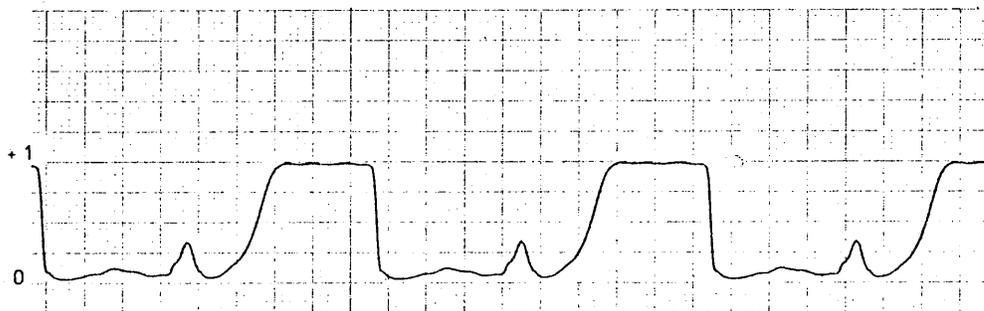


fig. 19b.

Variation de la concentration en phosphate  $C_p$  sur trois périodes lorsqu'on utilise pour  $f(C_p)$  la fonction de Steele.

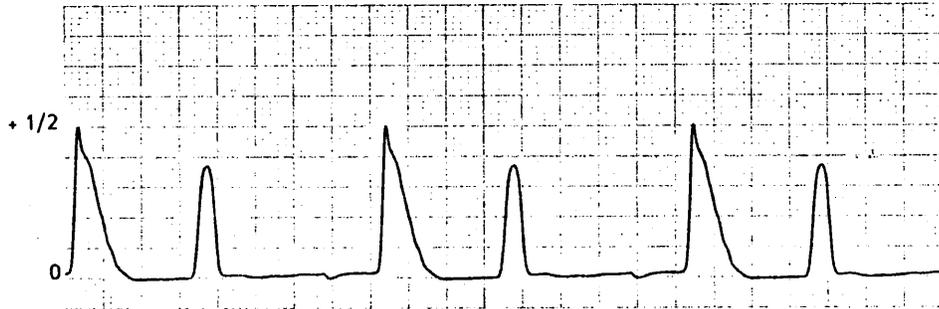


fig. 20a.

Variation de la concentration en phytoplancton  $N$  sur trois périodes lorsqu'on utilise pour  $f(C_p)$  la fonction de Lassen.



fig. 20b.

Variation de la concentration en phosphate  $C_p$  sur trois périodes lorsqu'on utilise pour  $f(C_p)$  la fonction de Lassen.

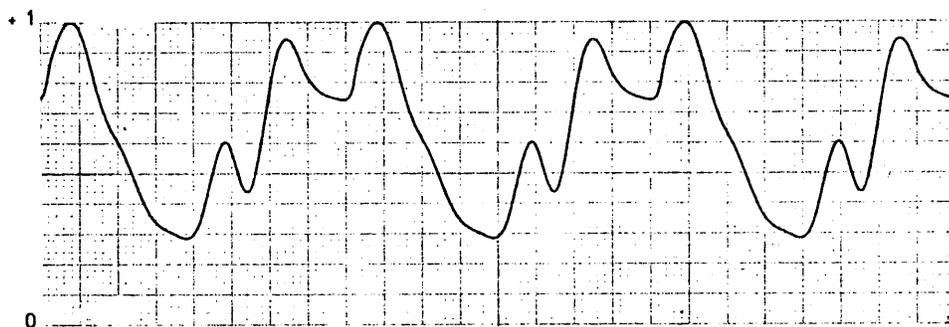


fig. 21.

Courbe expérimentale de la variation en phosphate sur trois périodes

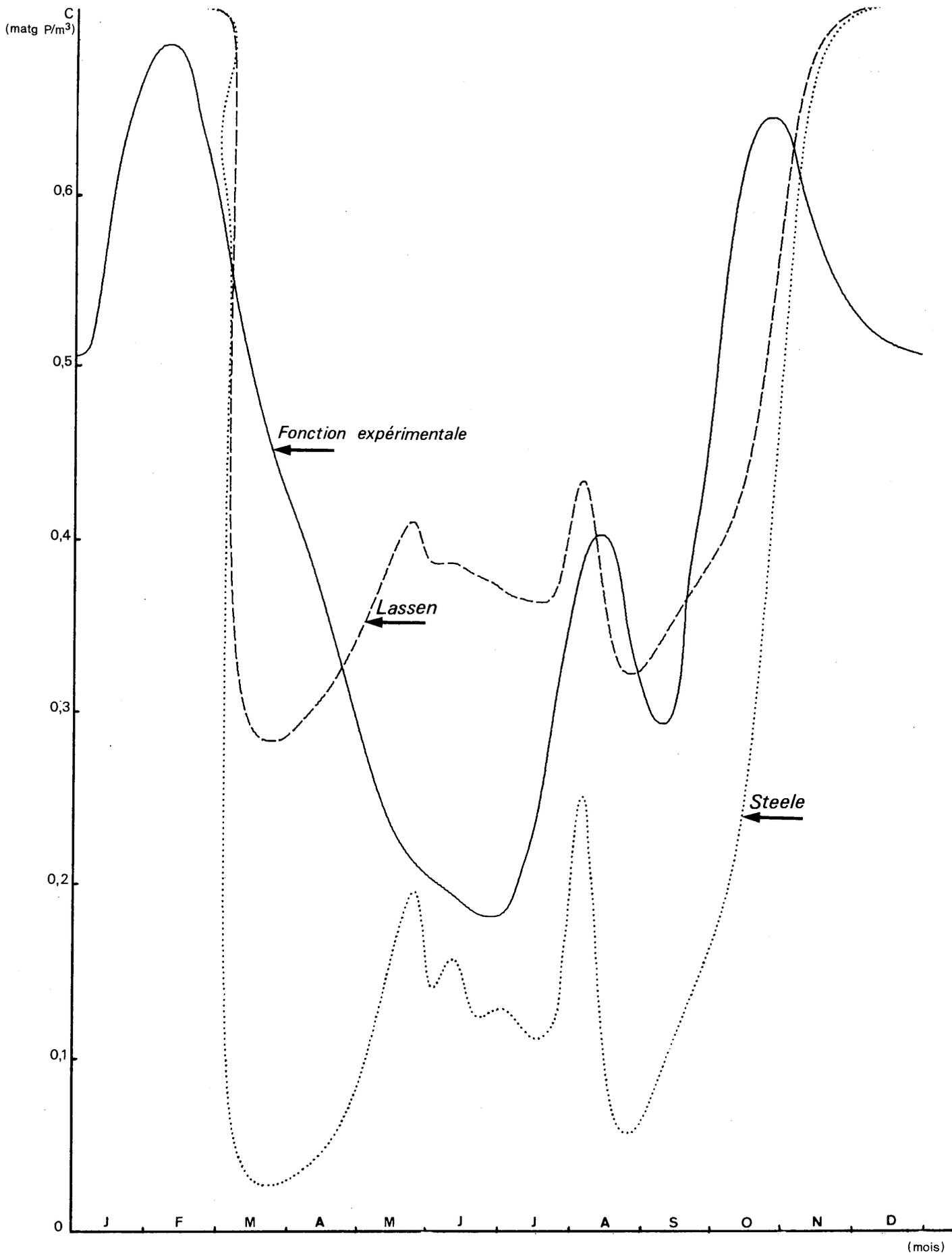


fig. 22.

et le facteur d'accélération 10.000 , ce qui donne un temps d'exécution effectif en machine de 200 ms par période.

Résultats obtenus

L'ordinateur est mis sur le *mode répétitif* : à la fin de chaque période (0,2 s) toutes les variables reprennent les valeurs

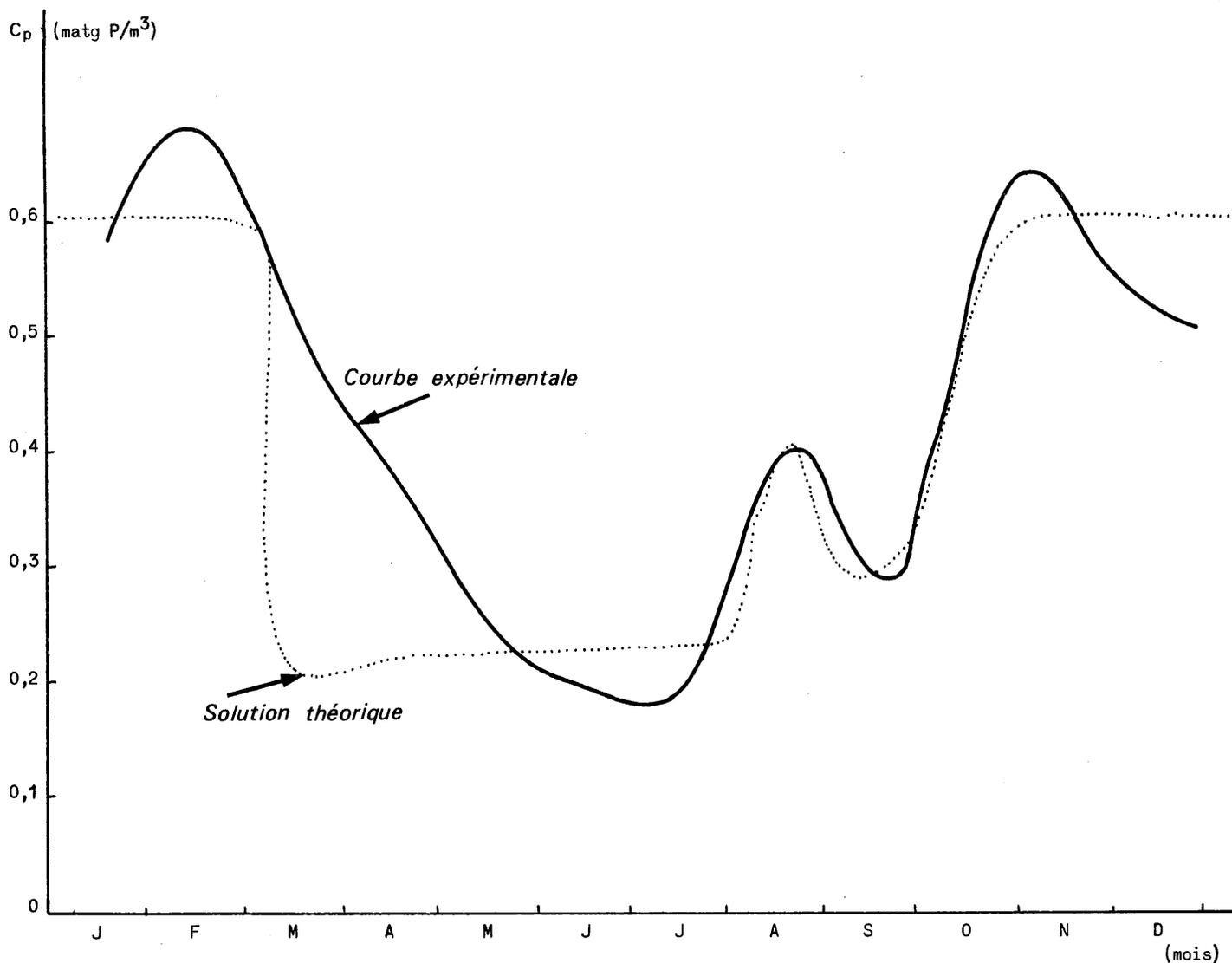


fig. 23.

Courbe expérimentale et solution théorique de la concentration en phosphate en mer du Nord [Droissart et Smitz (1973)].

initiales et l'intégration recommence. Ce procédé permet la visualisation directe des solutions.

On peut aussi laisser se poursuivre l'intégration. On constate (fig. 19, 20 et 21) que les solutions obtenues sont bien périodiques, ainsi qu'on peut le démontrer théoriquement pour ce système d'équations.

La figure 22 montre une comparaison entre les variations annuelles de la concentration en phosphate observée et calculée par les modèles de Steele et de Lassen et Nielsen.

La figure 23 montre la comparaison entre la concentration observée et la prédiction théorique de Droissart et Smitz à l'aide d'un modèle hybride permettant l'optimisation des paramètres.

L'accord est nettement plus satisfaisant sur la figure 23 mais les résultats de Droissart et Smitz présentent le même défaut que ceux de Steele ou de Lassen et Nielsen, prédisant comme ces derniers une chute beaucoup trop abrupte de la teneur en phosphate au début du mois de mars. Ce défaut, que l'optimisation des paramètres ne peut effacer est vraisemblablement lié à l'imperfection du modèle de base limité à deux variables d'état et à une représentation peut-être trop élémentaire des interactions.

#### Références

- ADAM, Y., (1973). Working papers, NATO Science Committee Conference on Modelling of Marine Systems, OFIR, June 4-8, 1973.
- DROISSART, A. et SMITZ, J., (1973). Programme National sur l'Environnement Physique et Biologique, Projet Mer, Rapport N 22.
- LASSEN, H. and NIELSEN, P.B., (1972). I.C.E.S. Plankton Committee, CM 1972/L:6.
- NIHOUL, J.C.J., (1975). *Modelling of Marine Systems*, Elsevier Publ., Amsterdam.
- NIHOUL, J.C.J. and RONDAY, F.C., (1975). The influence of the tidal stress on the residual circulation, *Tellus*, 27, 5.

- NIHOUL, J.C.J. and RONDAY, F.C., (1976). Hydrodynamic Models of the North Sea, *Mém. Soc. Sc. Liège*, 2 [Proc. 7th Liège Coll. on Ocean Hydrodynamics, May 1975]
- PICHOT, G., (1973). Working papers, NATO Science Committee Conference on Modelling of Marine Systems OFIR, June 4-8, 1973.
- STEELE, J.H., (1958). *Mar. Res. Scot.*, 7, 36.

## Chapitre IV

### Validation expérimentale du modèle Un exemple : la circulation résiduelle et la caractérisation des masses d'eau dans la zone côtière belge

par

O. BECKERS, R. WOLLAST et Jacques C.J. NIHOUL

#### 1.- Introduction

Le modèle mathématique interdisciplinaire général donne naissance à toute une hiérarchie de modèles partiels, orientés vers l'investigation de problèmes spécifiques ou la solution de questions de gestion particulières : prédiction des marées et des tempêtes, détermination de la circulation résiduelle, du transport des sédiments ou de l'érosion des fonds, calcul de la dispersion des nutriments et des polluants, des échanges entre matières dissoutes et matières particulaires, identification des interactions écologiques et description dynamique des écosystèmes, évaluation des taux de transfert et des facteurs d'accumulation dans les chaînes alimentaires, estimation des taux de contamination des produits de la mer, etc.

Une surveillance expérimentale continue, associée à la poursuite des recherches ou au contrôle des mesures de gestion, est indispensable et les résultats, prédictions et recommandations des modèles doivent

être confrontés en permanence avec les observations de manière à maintenir un dialogue systématique entre les modélisateurs, les expérimentateurs et les utilisateurs et à garantir le réalisme des modèles et leur adaptation aux situations changeantes du système.

Cette interaction entre la théorie, l'application et l'expérience est la *validation du modèle*.

A titre d'illustration, on considère ici le modèle de la circulation résiduelle et ses implications sur le mouvement et les caractéristiques des masses d'eau et la distribution des sédiments.

## 2.- Les modèles classiques de circulation résiduelle

Les modèles classiques de circulation résiduelle en mer du Nord peuvent être groupés en trois catégories :

### i) Modèles semi-empiriques

Ici le modèle est utilisé seulement pour calculer le courant de marée qui est alors soustrait du courant observé. La différence est prise comme le courant résiduel au point d'observation.

Considérant le champ de vitesses résiduelles ainsi obtenu, comme un état stationnaire, des lignes de courants sont tracées par des techniques d'interpolation classiques et le dessin des lignes de courants est considéré comme la représentation de la circulation résiduelle.

Les courants résiduels obtenus par des modèles semi-empiriques de ce type contiennent évidemment des composantes transitoires associées par exemple aux actions du vent et on comprend mal l'hypothèse de stationnarité et l'introduction des "fonctions de courants" par lesquelles les lignes de courants sont établies.

### ii) Modèles des résidus non-linéaires

Ces modèles se contentent de résoudre les équations hydrodynamiques transitoires et déduisent les courants résiduels en prenant la moyenne des résultats sur une période de temps choisie.

Ces modèles ne sont pas complètement sans intérêt puisque les interactions non-linéaires assurent qu'après avoir effectué la moyenne, il y ait, de fait, un résidu.

Ce résidu ne peut cependant représenter la véritable circulation résiduelle qu'avec une erreur de 100 % car, les courants transitoires de marées et de tempêtes étant au moins 10 fois plus grands que les courants résiduels, la moyenne des solutions est du même ordre de grandeur que l'erreur inévitable sur la solution elle-même [Nihoul et Roday (1976)].

### iii) Modèles des courants nord-Atlantiques

Ces modèles recherchent une solution stationnaire des équations hydrodynamiques qui satisfait aux conditions aux limites imposées par la pénétration aux frontières en mer ouverte de deux branches du courant nord-Atlantique. Ils sont, dans un sens, complémentaires des modèles précédents (ii) en ceci qu'ils prennent en compte ce que ces derniers négligent et ignorent ce qu'ils mettent en évidence : le résidu non-linéaire des ondes longues.

Ces modèles se révèlent capables de reproduire la tendance générale de la circulation résiduelle mais ils ne parviennent pas à reproduire des écoulements secondaires dont l'existence est étayée par de longues séries d'observations et qui influencent de façon appréciable le temps de résidence des nutriments, des polluants, ..., dans certaines régions.

La figure 24 donne une représentation grossière du mouvement résiduel des masses d'eaux induite des observations. Les figures 25, 26 et 27 montrent la circulation résiduelle calculée à partir respectivement d'un modèle semi-empirique [Otto (1970)], d'un modèle de résidu non-linéaire [Hansen (1966)] et d'un modèle import-export classique [Roday (1975)].

Ces modèles, s'ils reproduisent parfois la tendance générale de la circulation résiduelle, ne rendent pas compte de façon suffisamment détaillée des observations. On note, en particulier, qu'ils prédisent tous un courant littoral dirigé vers le nord-est le long de la côte

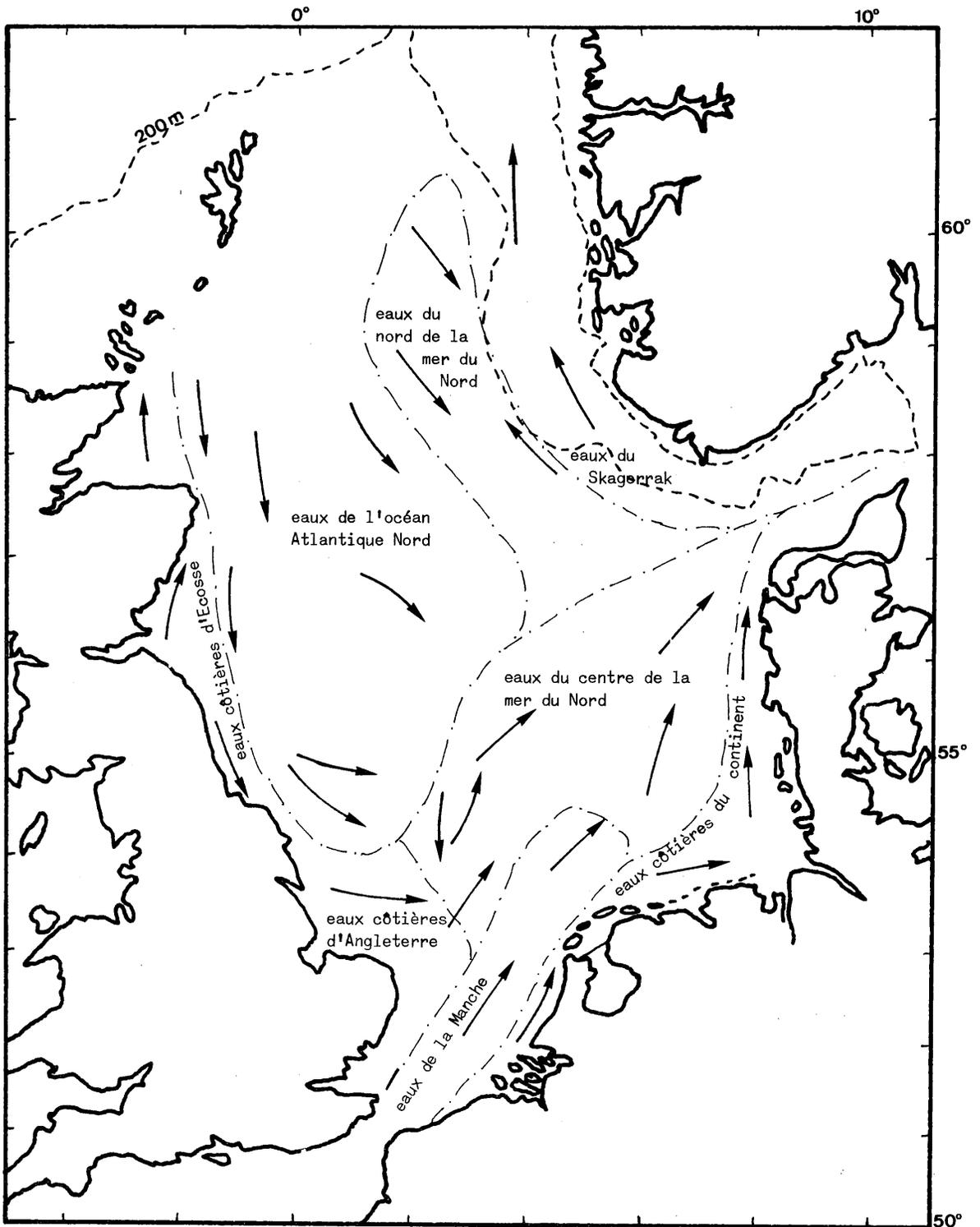


fig. 24.

Déplacement des masses d'eaux en mer du Nord déduit des observations et figurant grossièrement la circulation résiduelle.

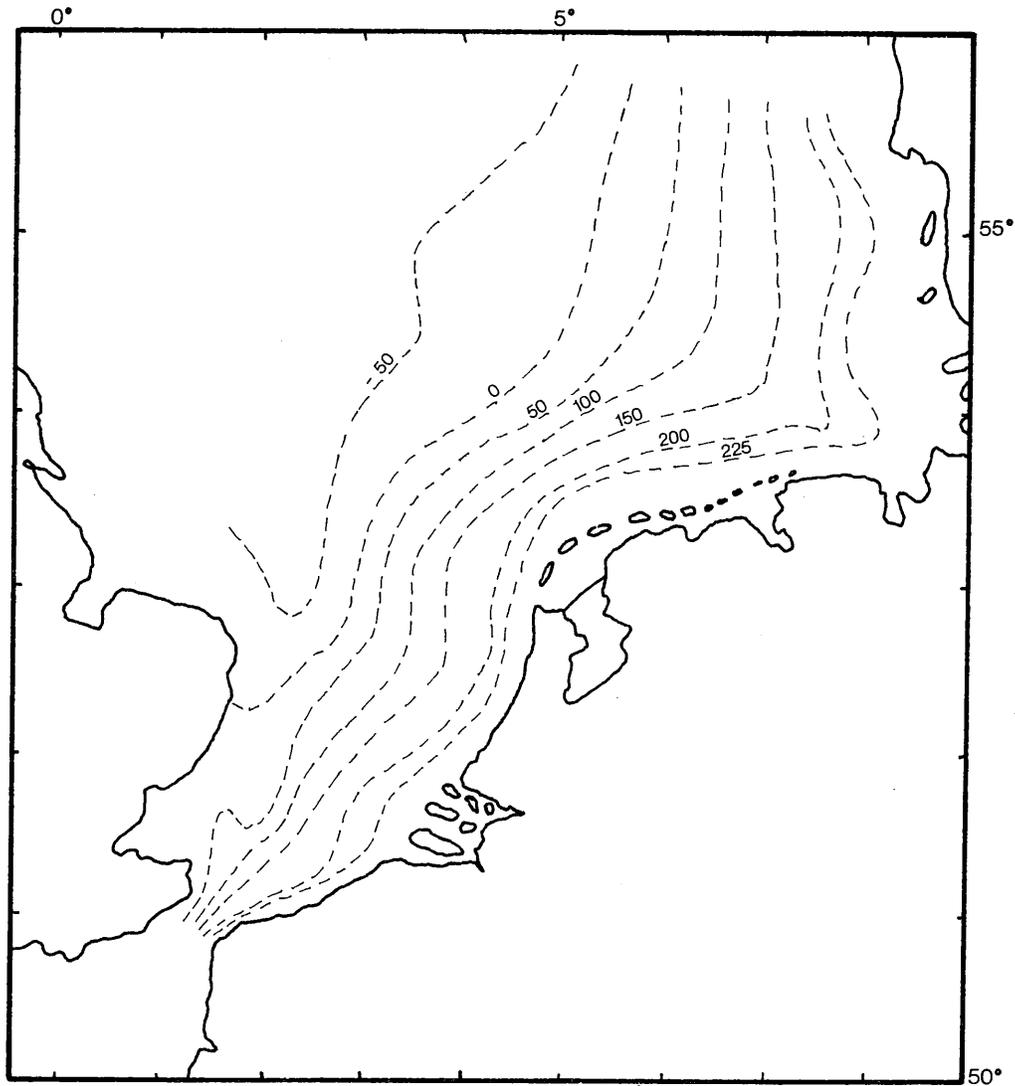


fig. 25.

Circulation résiduelle en mer du Nord calculée par un modèle semi-empirique (fonction de courant  $\psi = C^{te}$  en  $10^5 \text{ m}^3/\text{s}$ ).

belge entre Ostende et la frontière hollandaise alors que les observations révèlent à cet endroit un courant moyen dirigé vers le sud-ouest et tournant au large approximativement à la hauteur d'Ostende (on note également sur la figure 26 un courant dirigé vers le sud dans le Pas de Calais en opposition avec l'expérience et le bon sens).

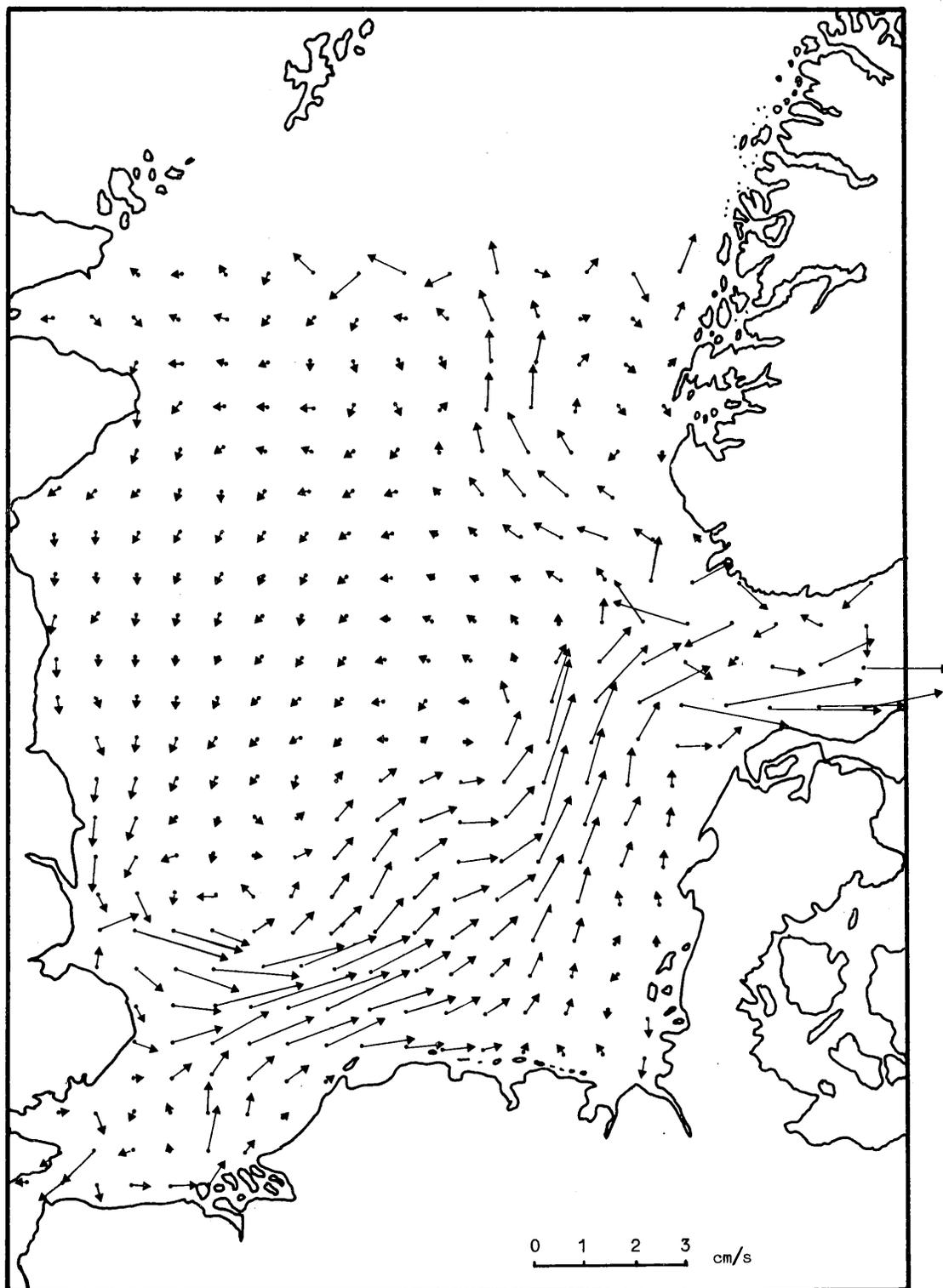


fig. 26.

Circulation résiduelle en mer du Nord calculée par un modèle de résidus non-linéaires

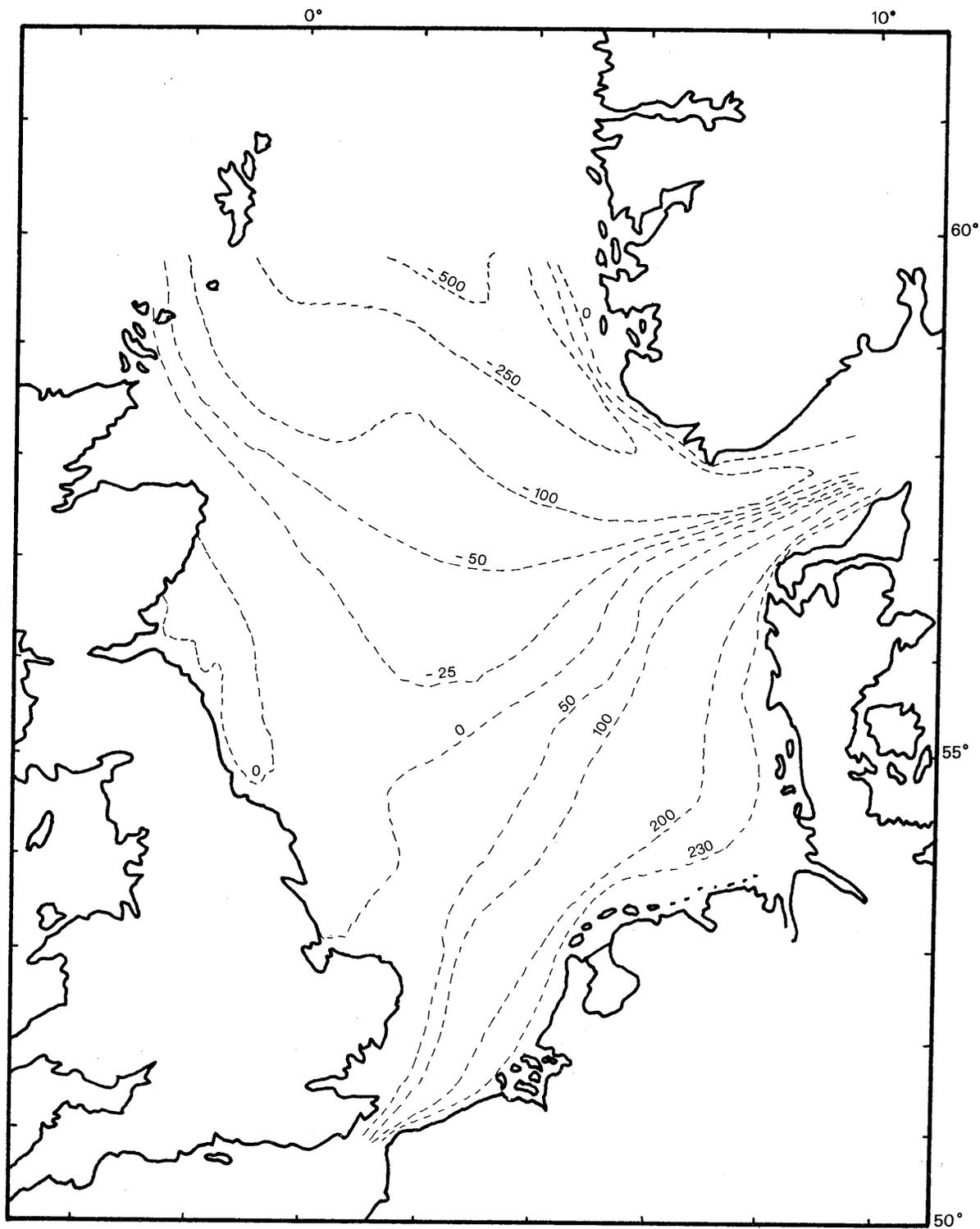


fig. 27.

Circulation résiduelle en mer du Nord calculée par un modèle des courants nord-atlantiques (lignes de courant  $\psi = C^{te}$  en  $10^3 \text{ m}^3/\text{s}$ ).

### 3.- Le modèle des équations résiduelles

Afin de mieux cerner la réalité, un modèle nouveau a été mis au point [Nihoul et Runday (1975)].

Dans ce modèle qui sera décrit en détail dans le volume 3 de cette série, la circulation résiduelle est obtenue en résolvant, avec des conditions aux frontières appropriées au transport par les courants nord-Atlantiques, des *équations moyennes* où l'effet résiduel non-linéaire des mouvements transitoires semi-organisés (marées, tempêtes) est pris *explicitement* en compte sous forme d'une force additionnelle appelée "tension de marée".

La figure 28 [Runday (1975)] montre la circulation résiduelle en mer du Nord calculée par ce modèle.

On observe la présence d'écoulements secondaires en forme de gyres (indiqués par des lignes de courant fermées) que les modèles classiques n'avaient pas su mettre en évidence.

En particulier, en face de la partie nord-est de la côte belge, un gyre crée un courant littoral dirigé vers le sud-ouest, tournant au large aux environs d'Ostende pour être repris par le courant nord-Atlantique issu du Pas de Calais et dirigé vers le nord-est. Ce gyre apparaît encore plus nettement sur la figure 29 où les courants résiduels dans le Southern Bight sont représentés de façon plus détaillée [Nihoul (1975b), Nihoul et Runday (1975)].

L'expérience montre que la zone côtière à la frange du gyre est une zone privilégiée d'accumulation de vases (fig. 30).

La vase est typiquement absente du Southern Bight où les courants et la turbulence permettent au plus une décantation temporaire mais pas de dépôt définitif.

On retrouve naturellement aux embouchures des fleuves (Meuse, Rhin, Escaut, Yser) la marque dans les sédiments de l'apport fluvial de matières en suspension mais il était impossible d'expliquer cet envasement considérable en face de la partie nord-est de la côte belge à partir des schémas classiques des courants résiduels (par exemple, fig. 25, 26 et 27).

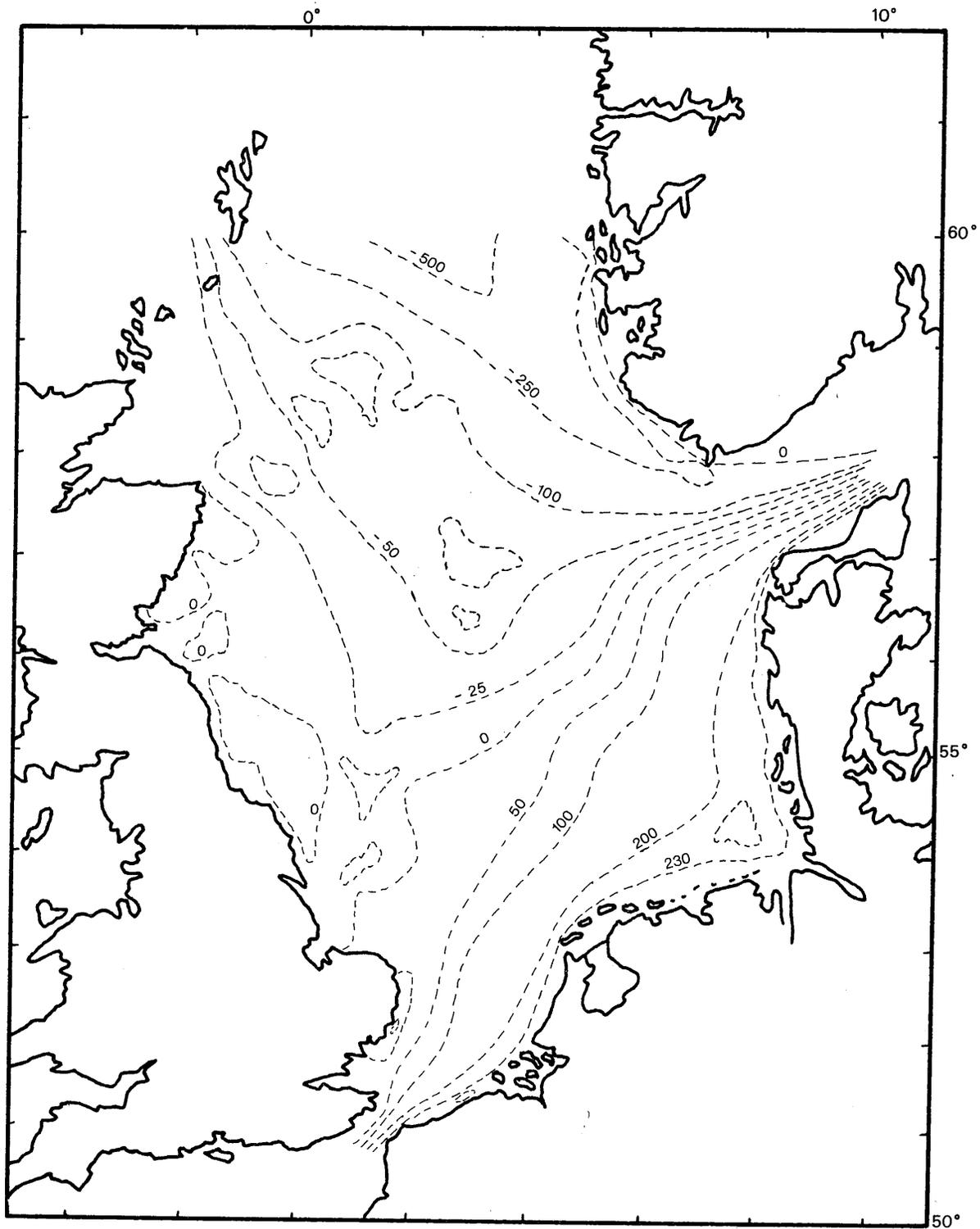


fig. 28.

Circulation résiduelle en mer du Nord calculée par le modèle des équations résiduelles combinant les transports aux frontières et les accélérations résiduelles produites par les interactions non-linéaires des mouvements transitoires partiellement structurés (marées et tempêtes). [Lignes de courant  $\psi = C^{te}$  en  $10^3 \text{ m}^3/\text{s}$ ].

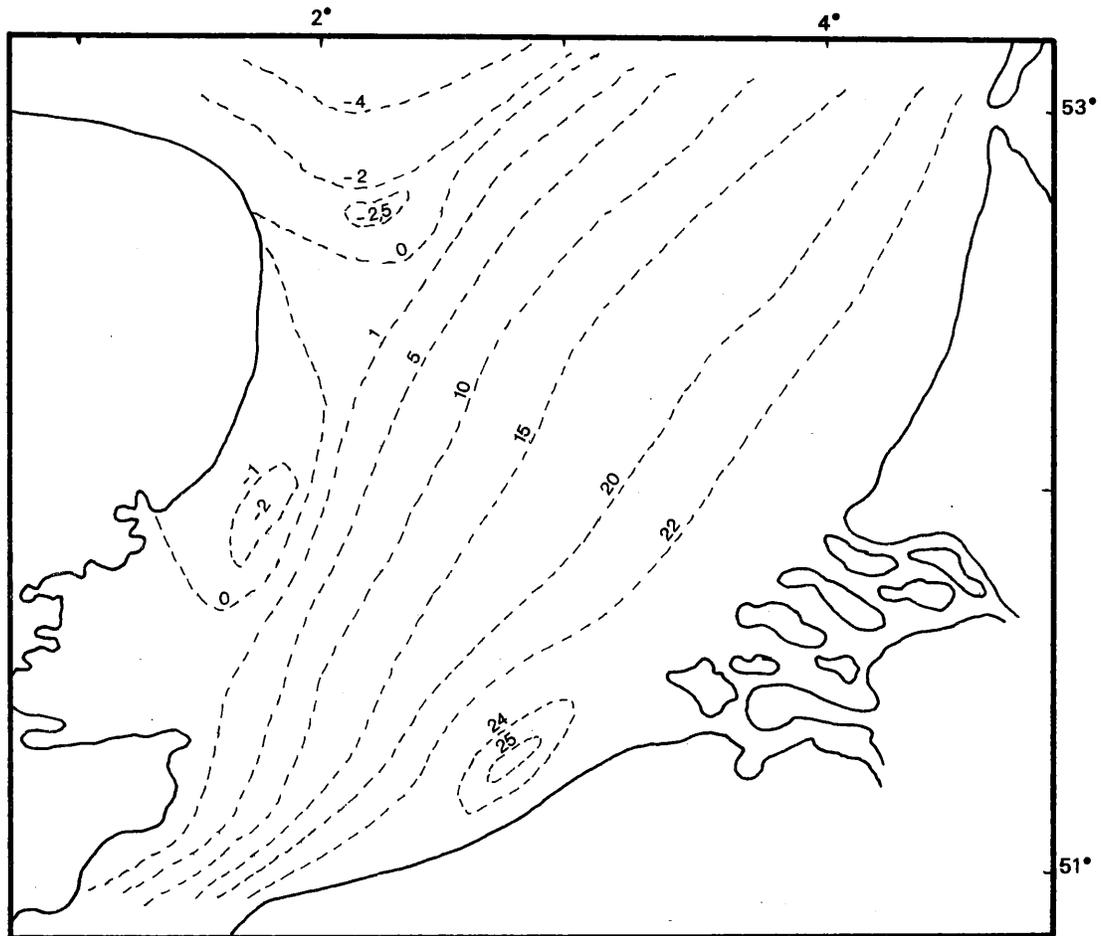


fig. 29.

Circulation résiduelle dans le Southern Bight calculée par le modèle des équations résiduelles [Lignes de courant  $\psi = C^{te}$  (en  $10^4 \text{ m}^3/\text{s}$ )].

Le nouveau modèle, au contraire, en décelant l'existence du gyre et du courant littoral qu'il entraîne vers le sud-ouest le long de la côte, explique parfaitement les observations.

Le gyre est responsable d'un entraînement partiel vers le sud-ouest des eaux extrêmement turbides de l'Escaut. Un îlot de très grande turbidité ( $> 10 \text{ mg/l}$ ) est observé dans la région du gyre et les informations fournies par les satellites (ERTS-A) montrent sans ambiguïté une énorme plume de suspensions s'étendant de l'Escaut à toute la région en face de la partie nord-est de la côte belge.

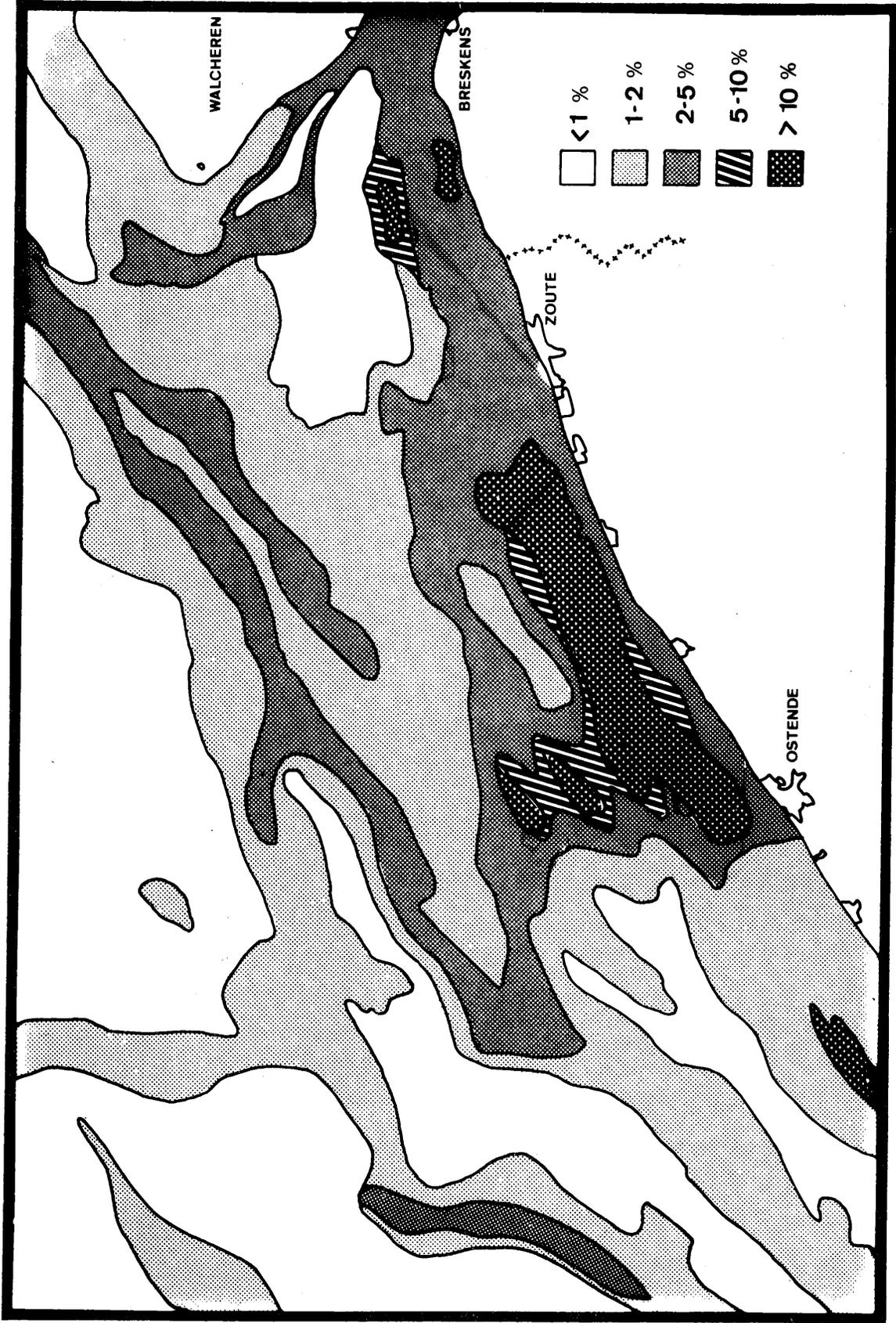


fig. 30.

Carte de la distribution des vases, basée sur les mesures de perte au feu à 550 °C. des sédiments de surface. La perte au feu correspond à la combustion des matières organiques et à la déshydratation des constituants des argiles, composés caractéristiques des vases.

Augmentant, par ailleurs, le temps de résidence des masses d'eau dans la région, le gyre crée, derrière la crête pré littorale, les conditions d'un *lagon extérieur* où l'excès des matières en suspension tend à être préservé par la disposition des courants, est précipité par floculation, agrégé par l'activité biologique et forme un sédiment vaseux protégé de l'érosion [Gullentops (1974), Nihoul (1975c)].

#### 4.- Caractéristiques physiques et chimiques des masses d'eau

On utilise classiquement les diagrammes température-salinité afin de caractériser les masses d'eau de l'océan et de suivre leur cheminement. Pour les eaux de surface et pour les zones côtières, le paramètre température est souvent affecté de manière importante par les échanges avec l'atmosphère et ne peut pas être considéré comme suffisamment conservatif. On a donc intérêt à définir la masse d'eau par d'autres paramètres, tels que des paramètres chimiques par exemple. De même, lorsque des masses d'eau d'origines multiples se mélangent, il est indispensable de faire appel à un nombre plus élevé de paramètres caractéristiques. Broecker (1974) a montré que dans le cas des masses d'eau profondes, la silice dissoute et l'azote total (ou plus exactement l'azote minéral total corrigé par un facteur dépendant de l'oxygène dissous, pour tenir compte de la dégradation possible de la matière organique) pouvaient constituer des paramètres caractéristiques intéressants. Il faut remarquer à ce sujet que les grandeurs chimiques qui peuvent être envisagées, sont celles dont la variation est importante, ce qui implique qu'elles soient soumises à des processus de consommation ou de production importants (en général d'origine biologique). Il s'agit donc de vérifier préalablement si la vitesse de ces processus est suffisamment faible par rapport au phénomène de mélange des masses d'eau, pour pouvoir considérer la grandeur comme paramètre conservatif dans le phénomène étudié.

Dans le cas de la zone côtière qui nous intéresse, l'estuaire de l'Escaut fournit une source d'eau dont les caractéristiques chimiques

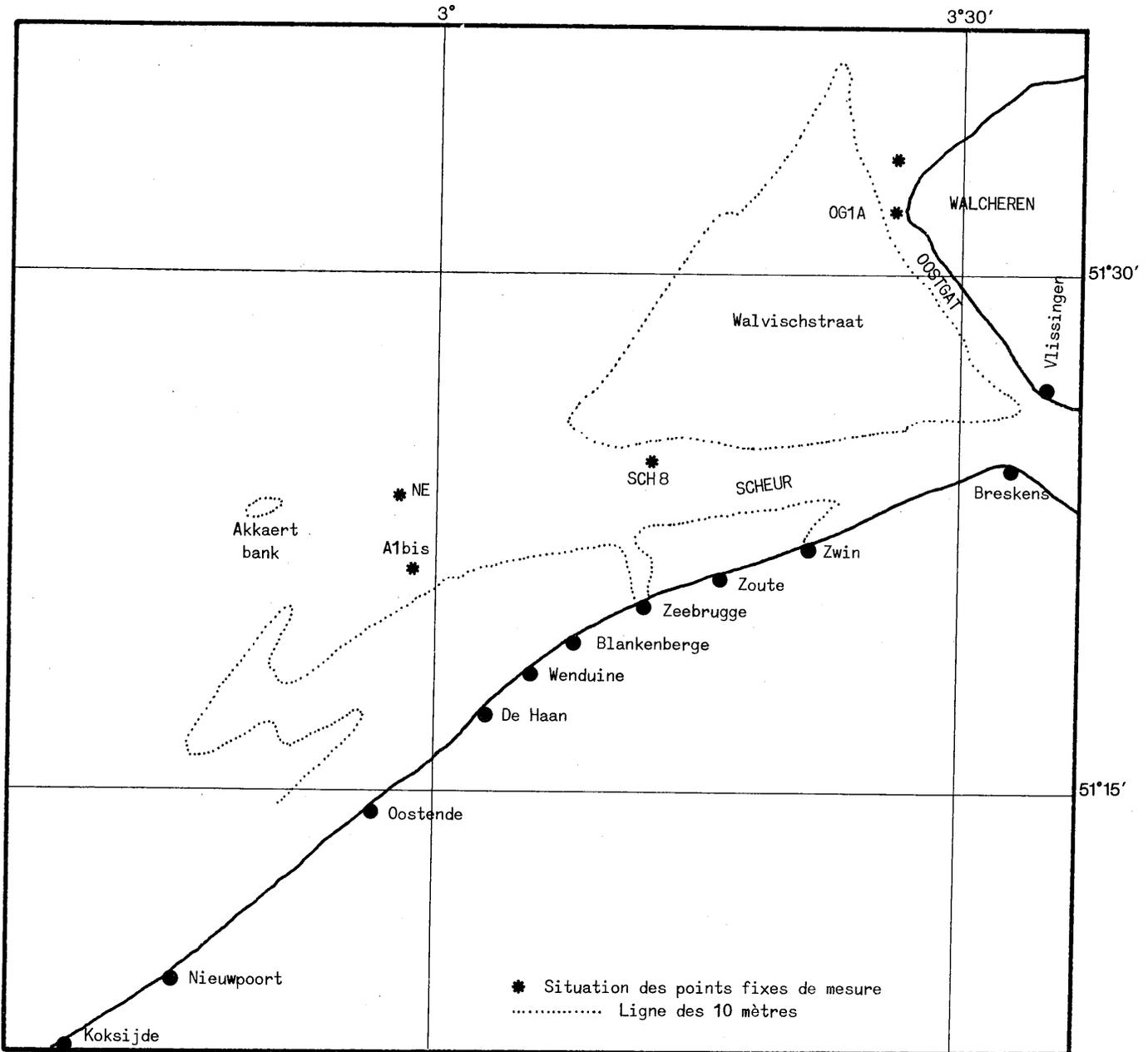


fig. 31.

Carte topographique de la région de l'embouchure de l'Escaut

à l'embouchure sont très différentes de l'eau de mer : faible salinité, forte concentration en nutriments (Si , N , P), turbidité élevée, etc. Durant la période hivernale (d'octobre à avril), la consommation de ces substances par les organismes est faible et on peut envisager d'utiliser ces variables comme paramètres conservatifs.

Notons encore que le déplacement des masses d'eau au cours d'une marée n'est pas négligeable à l'échelle de la zone côtière qui nous intéresse et il en résulte que l'on observe des déplacements périodiques des masses d'eau qui se superposent à une situation moyenne résultant des courants résiduels. Toutefois, la distribution des sédiments intègre ces variations périodiques et permet de dégager les circulations principales et résiduelles dans la zone considérée (*e.g.* fig. 30).

#### 5.- Circulation des masses d'eau de surface issues de l'Escaut

Il est important de définir précisément le cheminement des masses d'eau provenant de l'estuaire de l'Escaut; ces eaux sont en effet fortement chargées en matières polluantes et, comme nous le verrons plus loin, elles affectent, par suite de l'existence du gyre, une grande partie de la côte belge.

La topographie de la zone marine adjacente à l'embouchure (fig. 31) montre l'existence de deux chenaux prolongeant l'estuaire :

- l'Oostgat, chenal étroit orienté vers le nord-ouest longeant Walcheren;
- le Scheur, beaucoup plus large et longeant la côte belge jusqu'à Zeebrugge.

La figure 32 montre les prolongements du profil en silice dissoute des eaux de l'estuaire dans ces deux chenaux, relevés au mois d'avril dans des conditions où la silice n'est pratiquement pas consommée. On constate que les eaux de l'estuaire se prolongent très préférentiellement dans le Scheur et manifestent leur influence jusqu'au niveau de Zeebrugge. Dans l'Oostgat, la décroissance de l'influence des eaux de l'estuaire est très brutale.

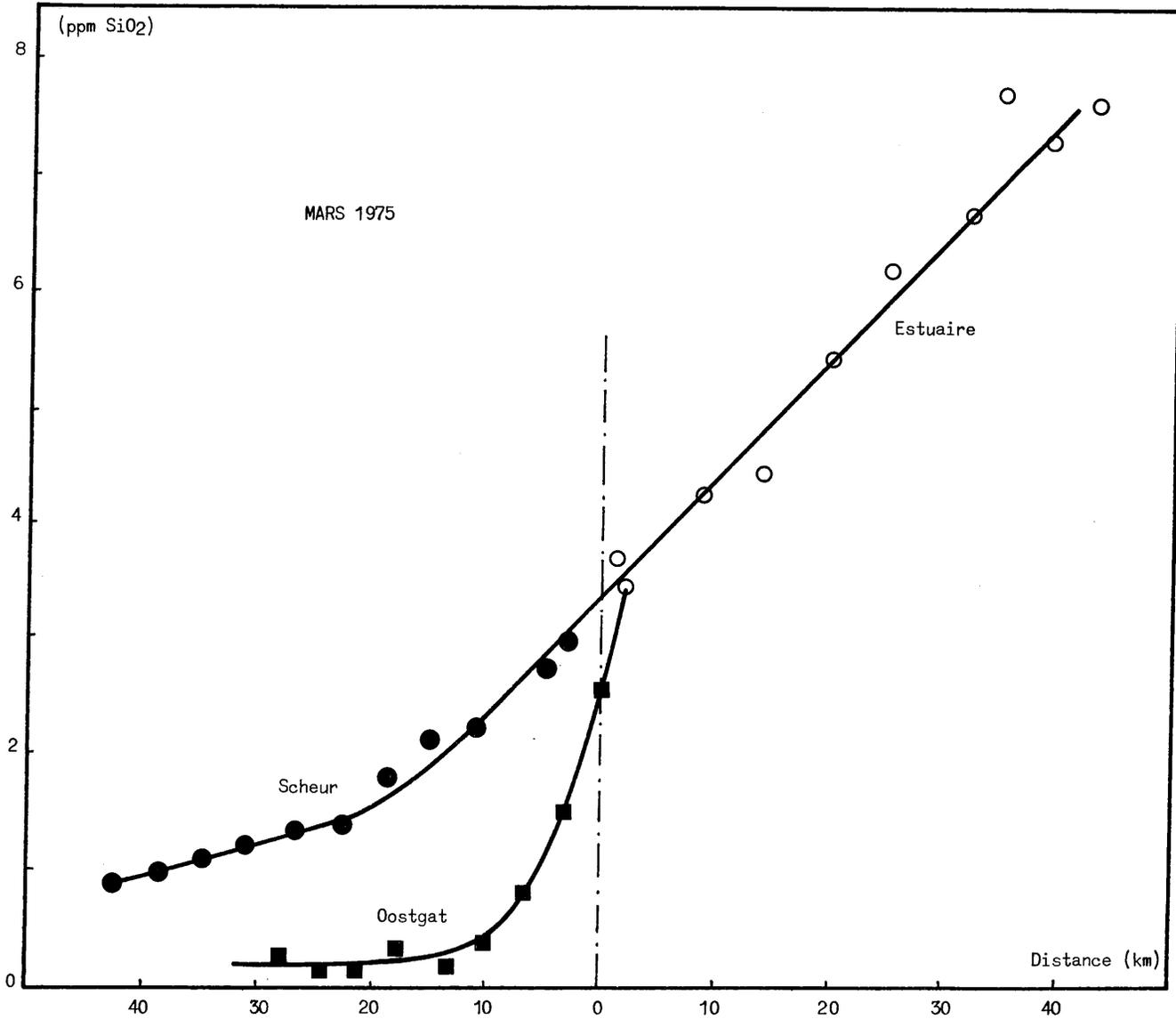


fig. 32.

Profil de concentration en silice dissoute dans la partie intérieure de l'estuaire, dans le Scheur et dans l'Oostgat, à l'étale de marée basse. Le kilomètre zéro correspond au point de référence généralement utilisé pour caractériser la position de l'embouchure sur la ligne Breskens-Terneuzen.

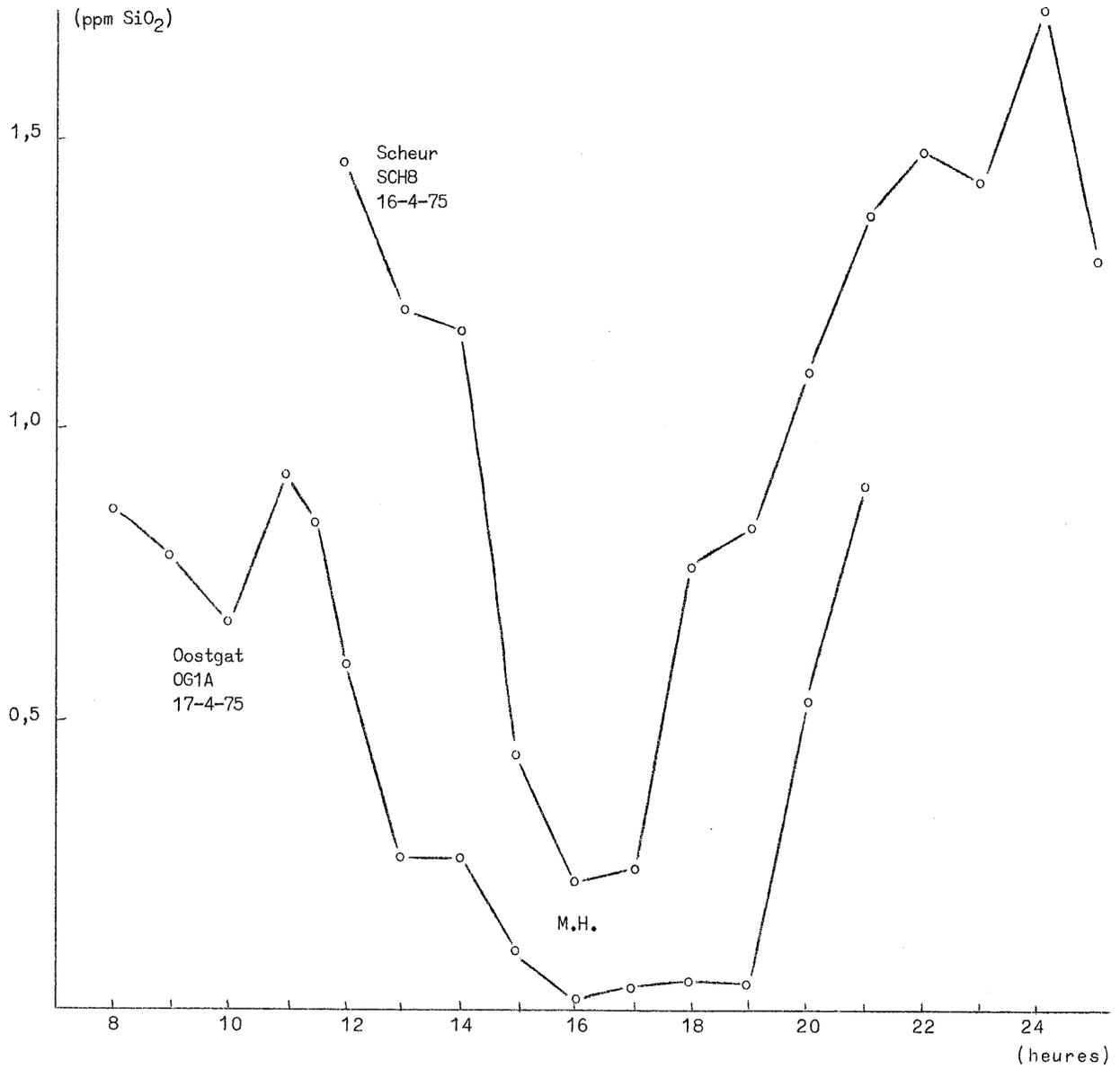


fig. 33.

Evolution de la silice dissoute au cours d'une marée dans le Scheur et dans l'Oostgat. On remarque que l'Oostgat constitue une voie d'accès d'eau de mer du large caractérisée par une teneur en silice faible (< 0,1 ppm) pendant la plus grande partie du flot, alors que le Scheur véhicule principalement de l'eau de l'Escaut faiblement diluée.

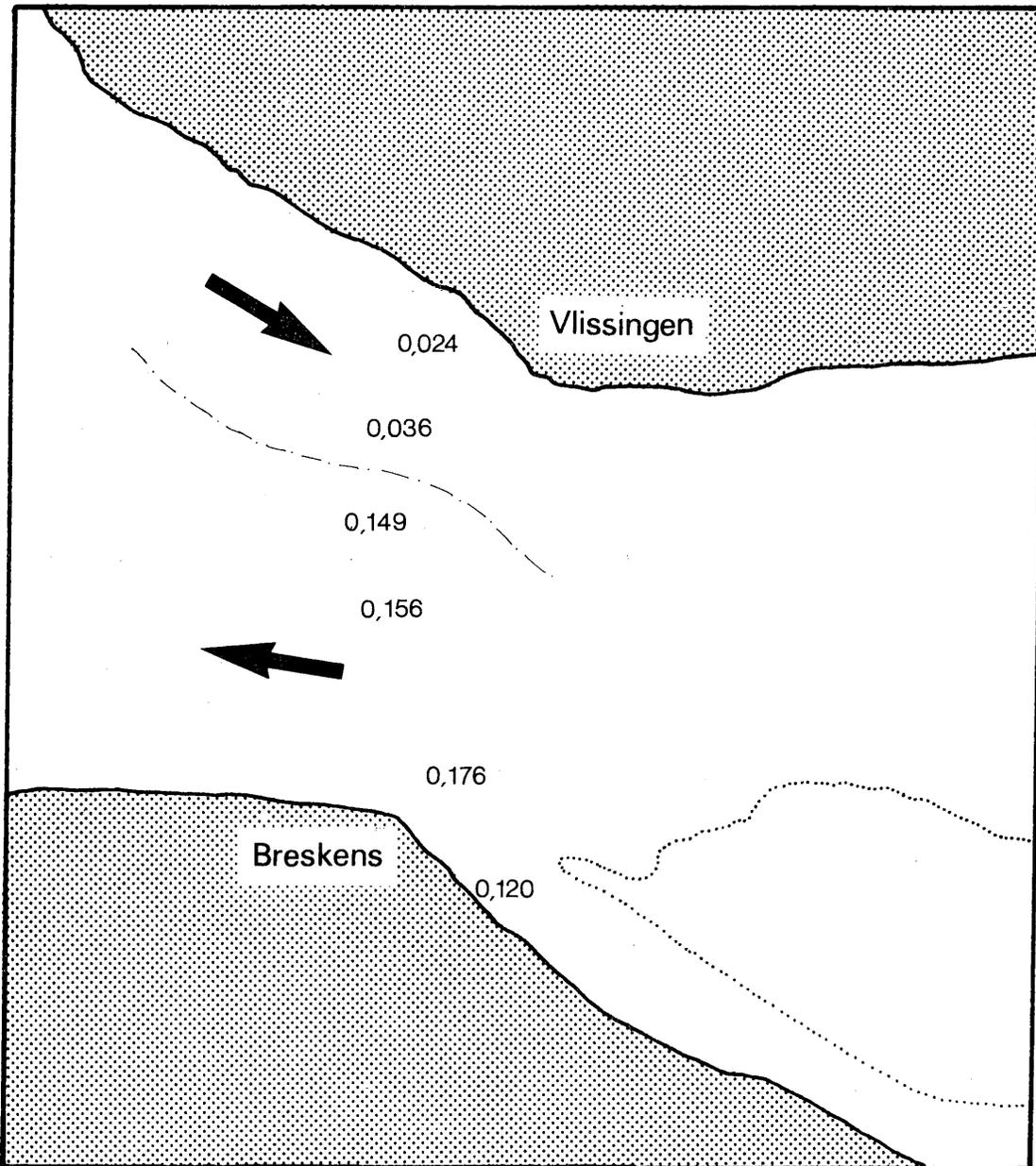


fig. 34.

Distribution de la silice dissoute (ppm  $\text{SiO}_2$ ) sur la ligne Breskens-Vlissingen, à l'étale de marée haute. On observe la rentrée d'eau de mer du large, transitant par l'Oostgat le long de la rive droite, alors que l'eau de l'estuaire sort déjà vers le Scheur le long de la rive gauche.

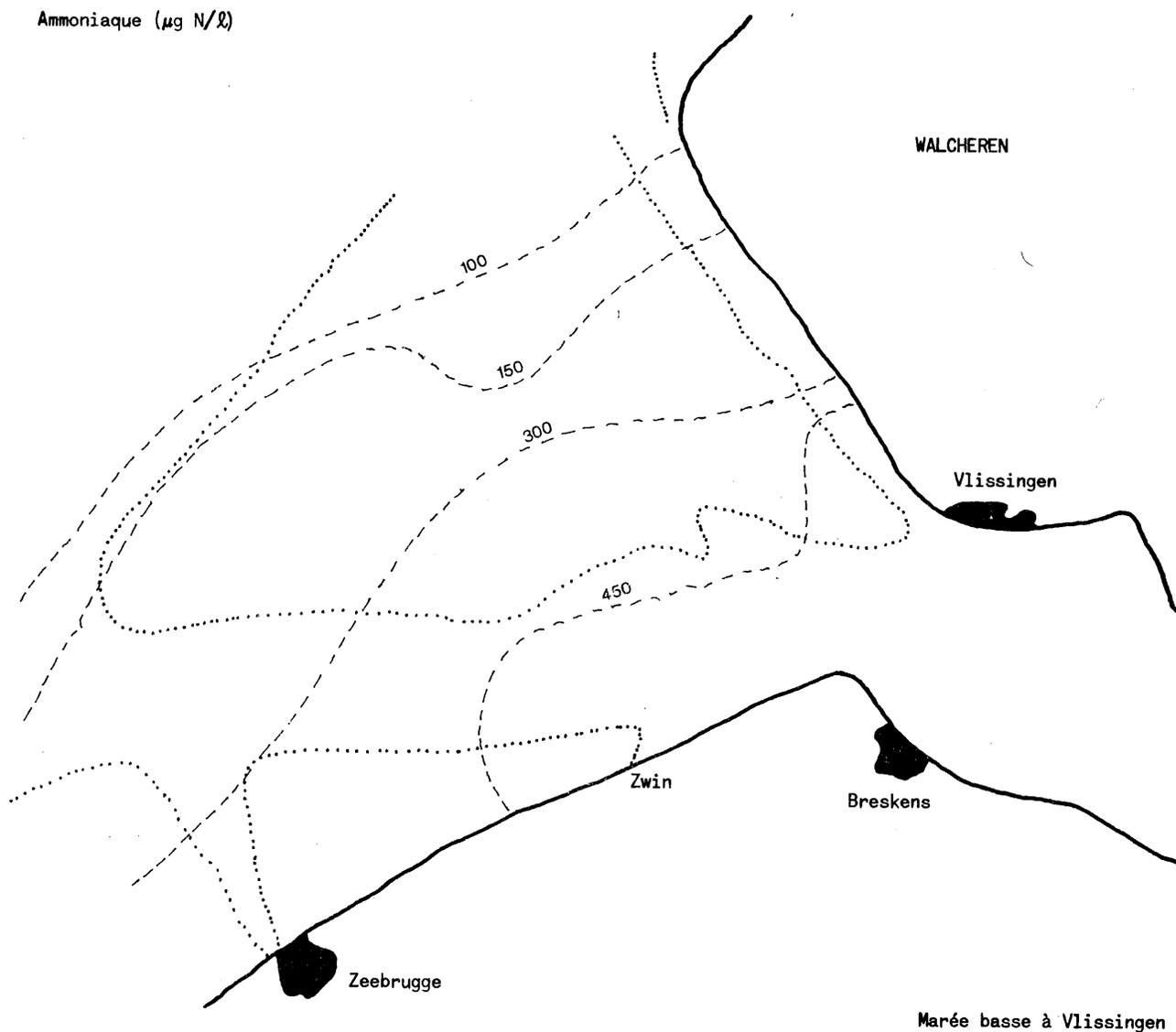


fig. 35a.

Distribution de l'ammoniaque à la sortie de l'embouchure de l'Escaut aux étales de marée haute et de marée basse au mois de mars 1974. Les courbes d'isoconcentration traduisent le cheminement préférentiel des eaux de l'Escaut parallèlement à la côte belge.

Si l'on examine, d'autre part, l'évolution de la silice dissoute au cours d'une marée en des points fixes situés dans les deux chenaux (fig. 33) ainsi qu'un profil Flessingue-Breskens (fig. 34), on met nettement en évidence le fait que l'Oostgat est principalement un

Ammoniaque ( $\mu\text{g N}/\ell$ )

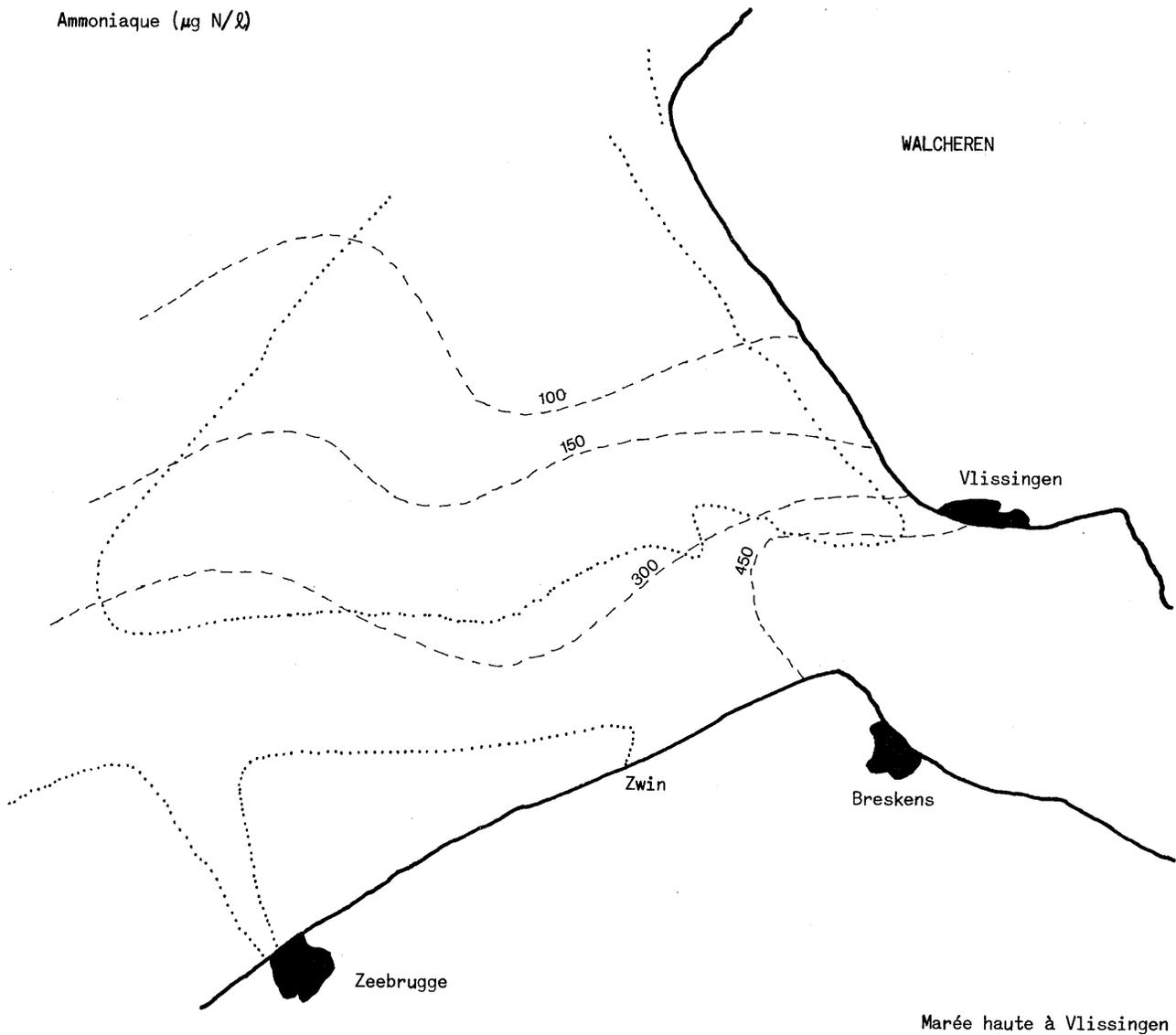


fig. 35b

chenal de flot permettant l'intrusion dans l'estuaire d'eau de mer peu affectée par la présence de l'Escaut, alors que le Scheur constitue le chenal de jusant où les eaux de l'Escaut ont tendance à s'accumuler. Un examen des cartes de répartition de l'ammoniaque relevée à la même époque de l'année (fig. 35) aux étales de marée basse et de marée haute, confirme remarquablement le cheminement préférentiel des masses d'eau de l'estuaire le long de la côte belge et l'étendue de son influence.

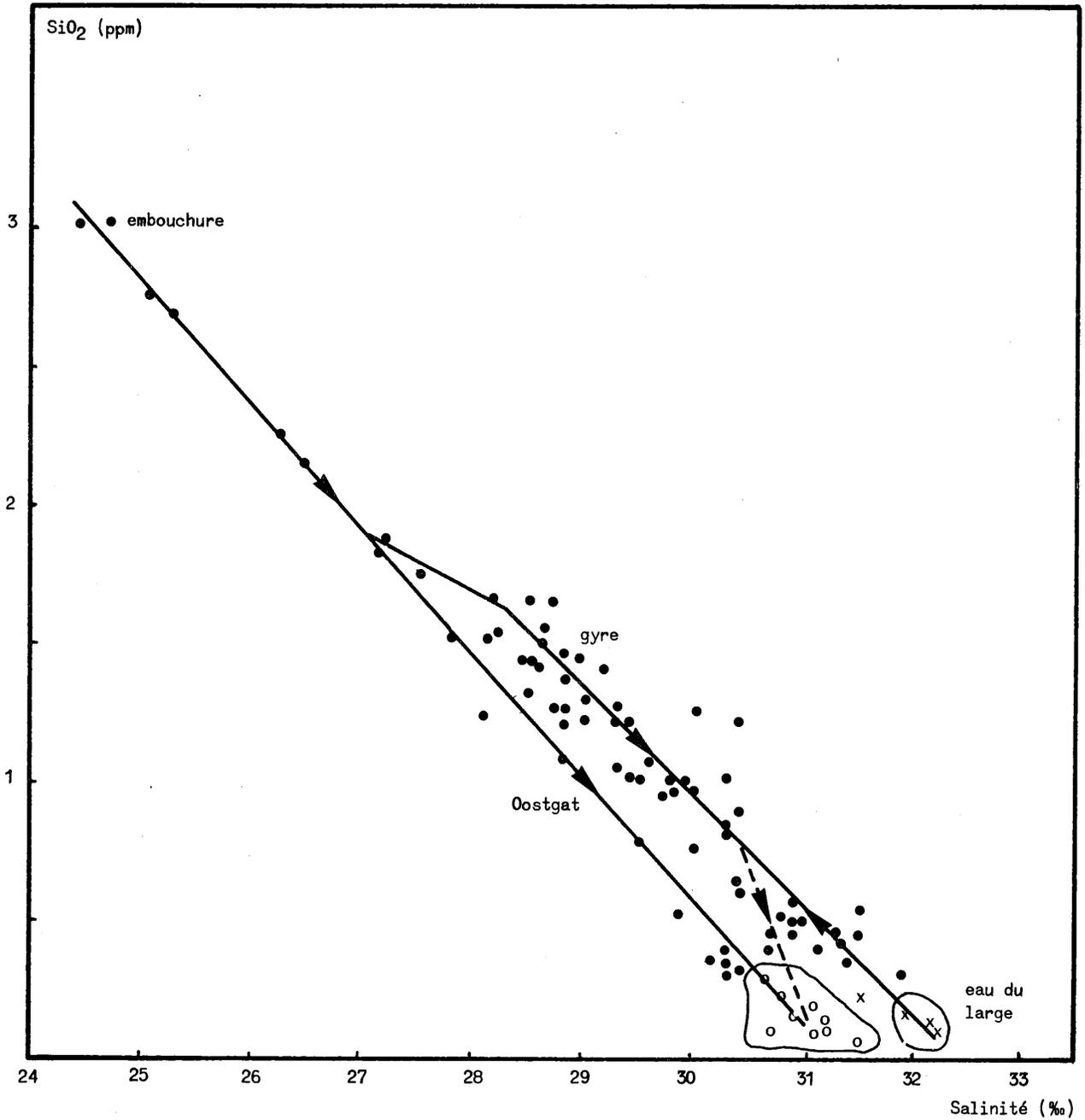


fig. 36a.

Diagramme salinité - silice dissoute, relevé en avril 1975, dans la zone définie à la figure 30. Les o indiquent la composition des eaux du large au nord de l'Oostgat; les x indiquent la composition des eaux du large en provenance du Pas-de-Calais. Les flèches sur les droites de mélange indiquent le sens de propagation des masses d'eau, prévu par le modèle mathématique des courants résiduels.

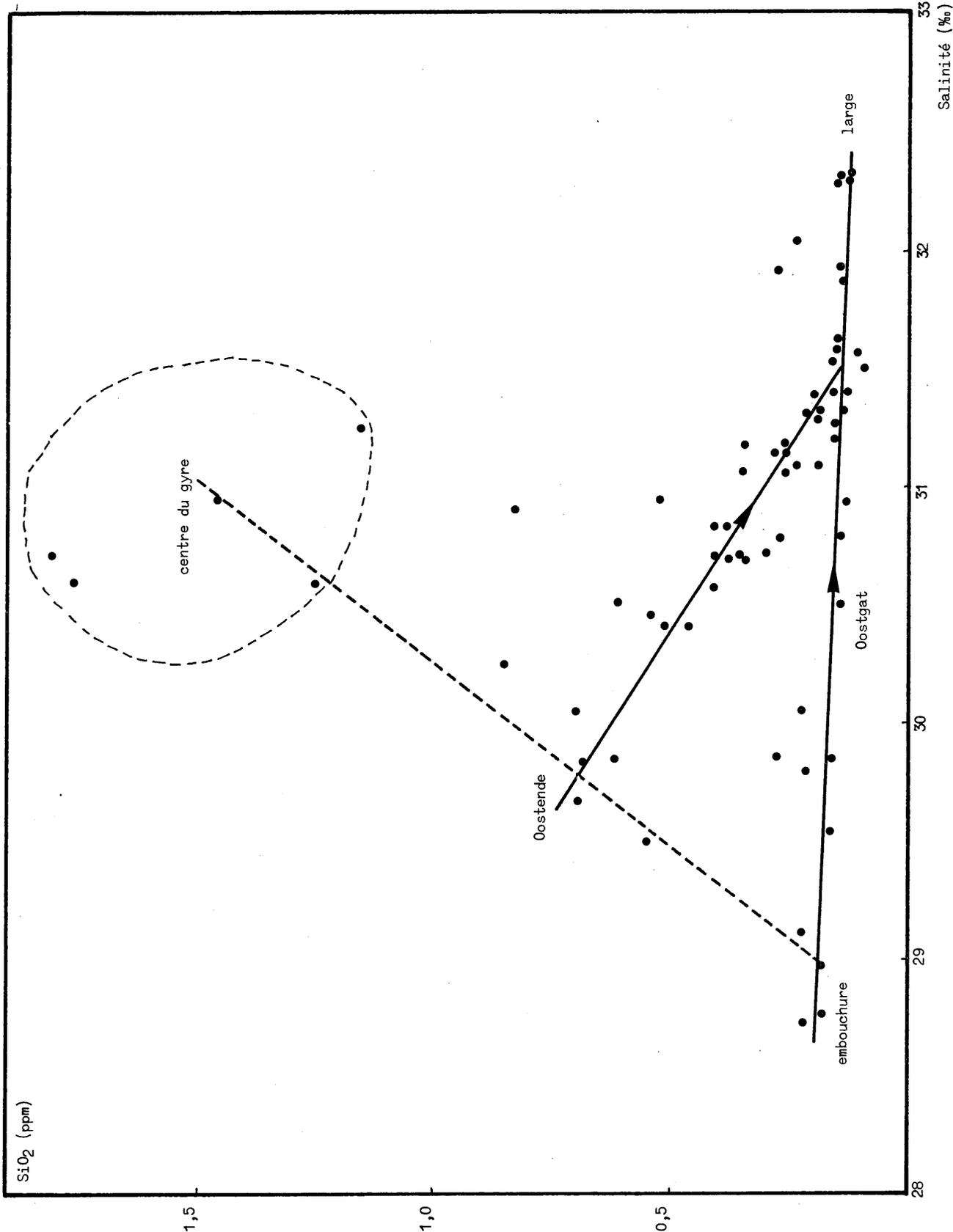


fig. 36b.

Diagramme salinité - silice dissoute, au mois de juin 1975. Les eaux du centre du gyre manifestent une individualité propre et indiquent un mélange limité, tant avec les eaux du large qu'avec les eaux de l'estuaire.

## 6.- Caractérisation des masses d'eau dans la région du gyre

Une série de campagnes de mesures ont été effectuées dans une région couvrant largement le gyre. L'objectif de ces mesures était de préciser la nature et les caractéristiques physico-chimiques des masses d'eau impliquées dans ce processus et l'étendue de leur influence. Les campagnes ont été plus précisément centrées sur les mois de mars et d'avril correspondant à un état résultant d'une activité biologique minimum, et sur le mois de juin traduisant l'état de la situation après une période d'intense activité photosynthétique.

Les diagrammes salinité-silice dissoute correspondant à ces deux périodes sont représentés dans la figure 36. Après la période hivernale, la tendance principale qui se dégage du diagramme est celle du mélange des eaux de l'Escaut avec les eaux du large. Toutefois, les eaux du gyre (correspondant à la zone côtière comprise entre Ostende et Zeebrugge) se distinguent de cette droite de mélange par des valeurs systématiquement plus élevées en silice dissoute. Cette distinction est largement confirmée par les mesures effectuées en juin, après la période de développement du phytoplancton. La silice dissoute est en effet consommée dans la partie estuarienne de l'Escaut et son apport en mer du Nord par le fleuve devient négligeable. Dans ces conditions, l'accroissement de la concentration de silice dissoute dans le gyre est particulièrement bien mis en évidence et l'on peut, sans aucun doute, définir la masse d'eau du gyre par des paramètres chimiques caractéristiques.

Les diagrammes salinité-phosphate et salinité-température présentent la même allure générale (fig. 37 et 38). On peut définir :

- une droite de dilution des eaux de l'Escaut par l'eau du large dans l'Oostgat;
- une droite de dilution de l'eau de l'Escaut avec l'eau du gyre;
- une droite de dilution de l'eau du gyre avec le large.

Sans entrer dans les détails, il nous paraît intéressant d'aborder l'origine de ces excédents de substances nutritives dans la zone du gyre. Les mécanismes de ces processus sont décrits dans les

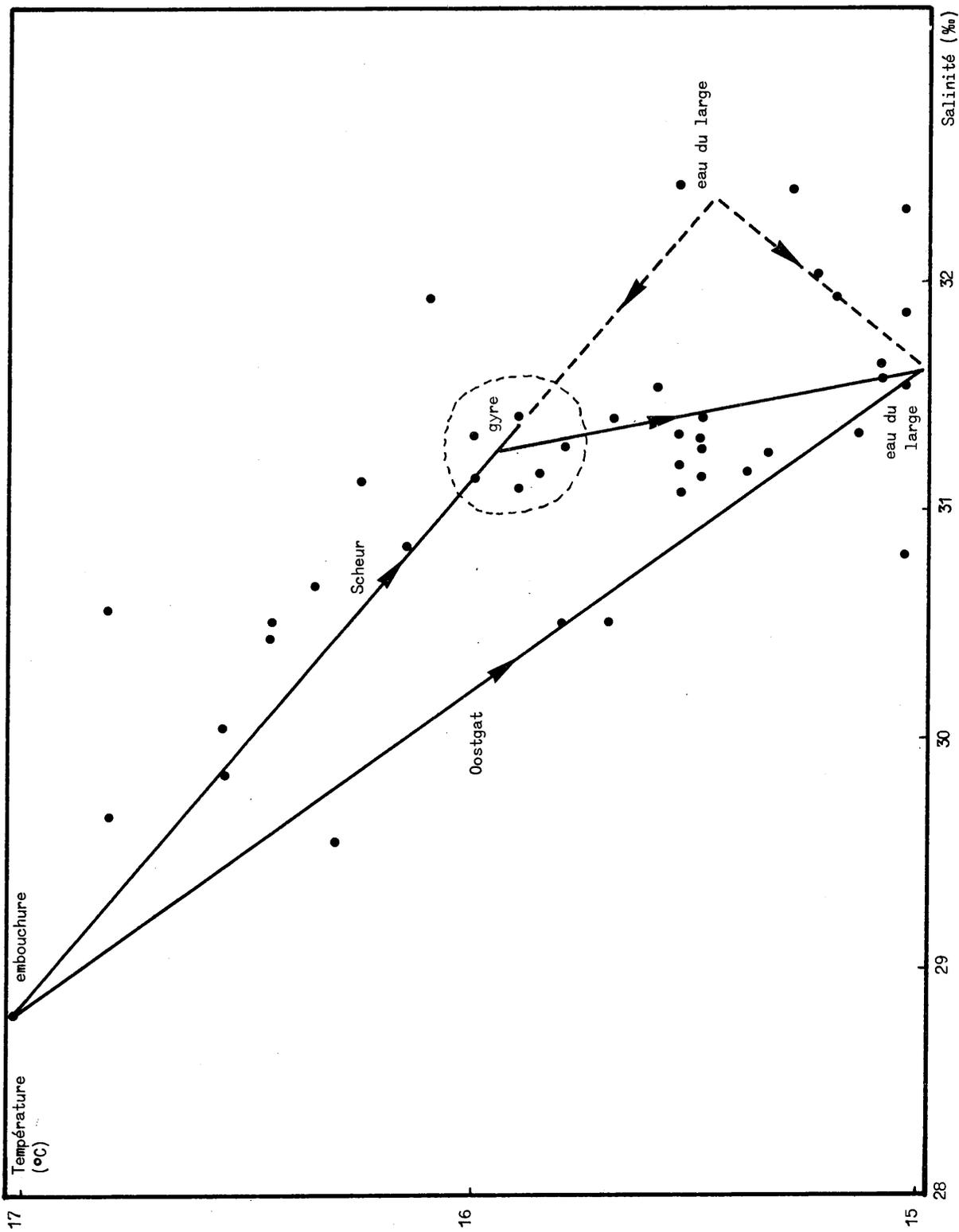


fig. 37.  
 Diagramme température—salinité dans la région du gyre, au mois de juin 1975.  
 Les flèches indiquent le sens de propagation des masses d'eau.

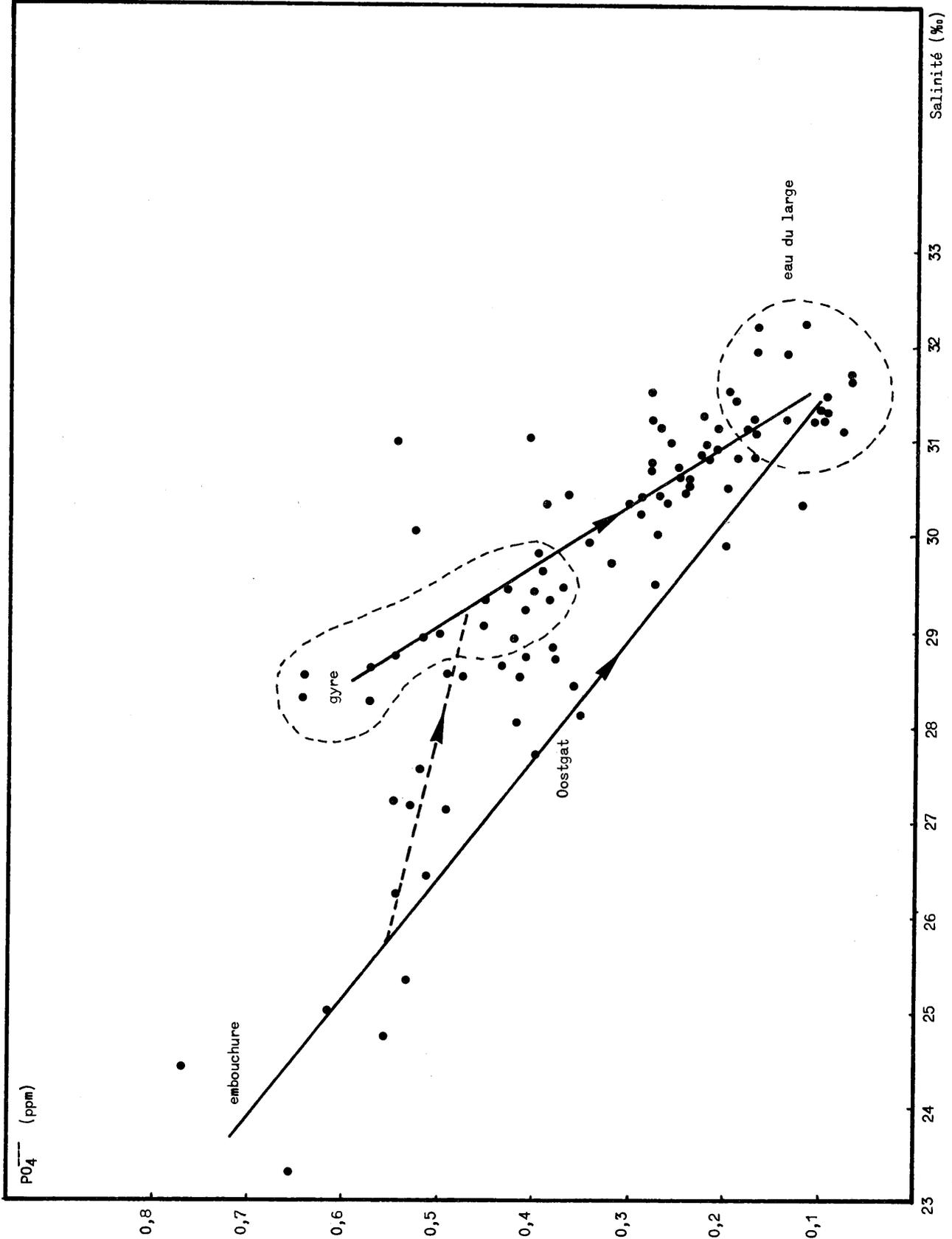


fig. 38.  
 Diagramme salinité-phosphates au mois d'avril 1975

volumes ultérieurs de manière plus détaillée. Il existe certes quelques sources continentales (canaux, émissaires) mais leur débit n'est pas de nature à expliquer l'accroissement observé. Par contre, le gyre constitue une zone d'accumulation privilégiée en particulier des matières en suspension riches en matières organiques issues notamment de l'estuaire (Moens, volume 4). Les mesures de demande biologique en oxygène effectuées dans le réseau (fig. 39) mettent clairement en évidence que le phénomène de la dégradation de la matière organique y est maximum, correspondant simultanément à une production intense de matières nutritives dissoutes. Enfin, la contribution des sédiments au recyclage des substances nutritives est particulièrement importante dans les zones peu profondes où s'accumulent les vases qui sont d'autre part soumises à des perturbations d'ordre hydrodynamique favorisant le transfert des nutriments vers les eaux de surface (le phénomène est décrit de manière détaillée dans le volume 4).

Après avoir justifié l'utilisation des paramètres chimiques en tant qu'indicateurs des masses d'eau, nous avons tracé les cartes représentant leur distribution dans la région qui nous intéresse. Les figures 40, 41 et 42 représentent, à titre d'exemple, les répartitions des masses d'eau telles qu'elles apparaissent à partir des mesures de salinité, de silice dissoute et de phosphates. La carte de répartition de la salinité montre essentiellement l'influence de l'apport d'eau douce par l'Escaut et son entraînement par le gyre au niveau d'Ostende. La carte de répartition de la silice dissoute de la figure 41 (et il en va de même pour les phosphates, fig. 42) permet d'affiner le modèle de circulation et de préciser la localisation du gyre. On y distingue notamment l'intrusion d'eau du large en provenance du nord dans l'Oostgat et sur les hauts fonds de Walvischstaart. La carte de répartition de silice pour juin 1975 présente une zone beaucoup plus concentrée au centre du gyre, conformément aux indications fournies par le diagramme salinité-silice dissoute (fig. 43). La figure 44 montre l'évolution de la silice dissoute au cours de la marée pour un point situé en bordure du gyre (Akkaert Bank NE) et un point plus au

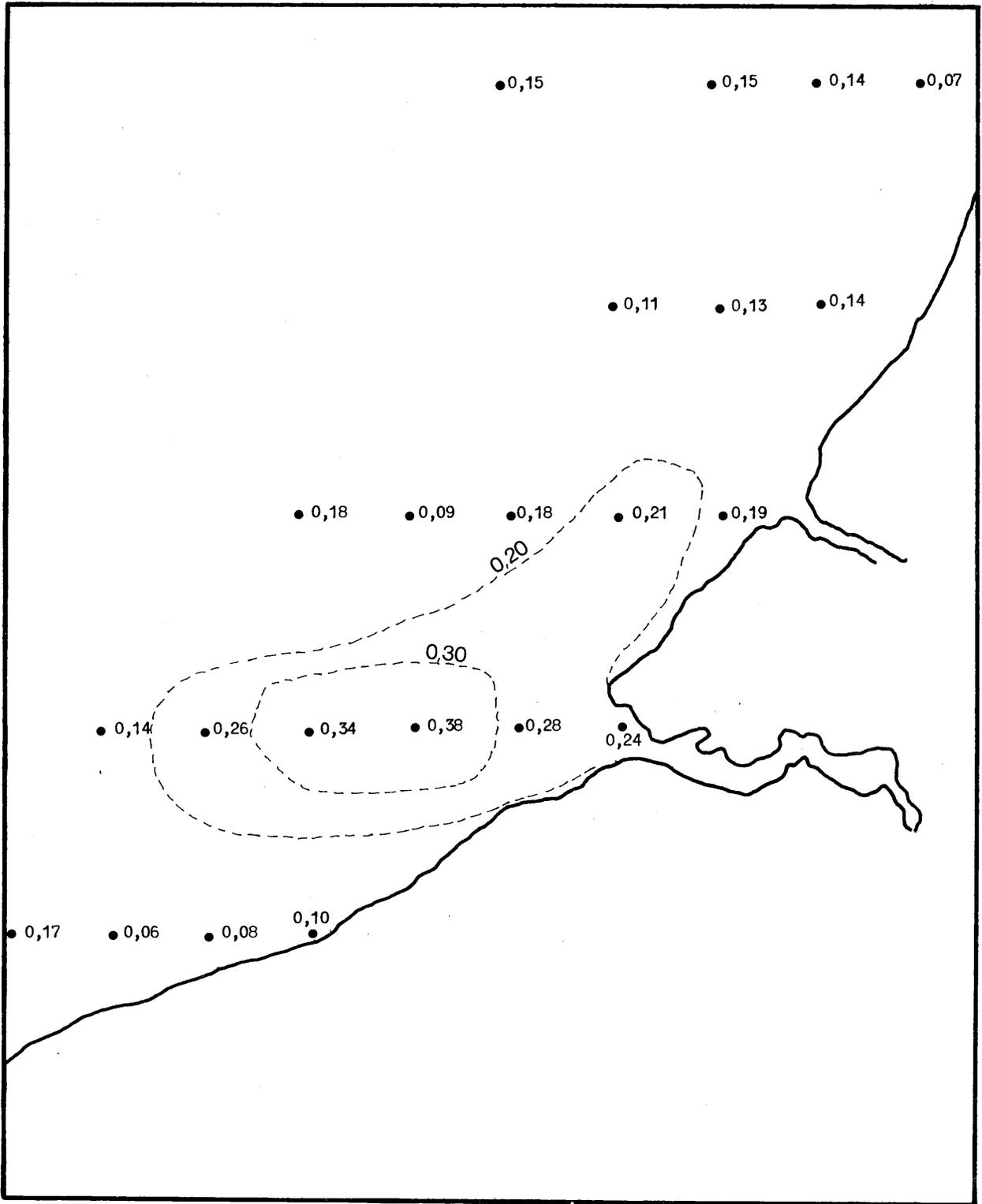


fig. 39.

Répartition de la demande biologique d'oxygène (en  $\text{mm O}_2$  consommé) pour la période d'avril à mai 1973

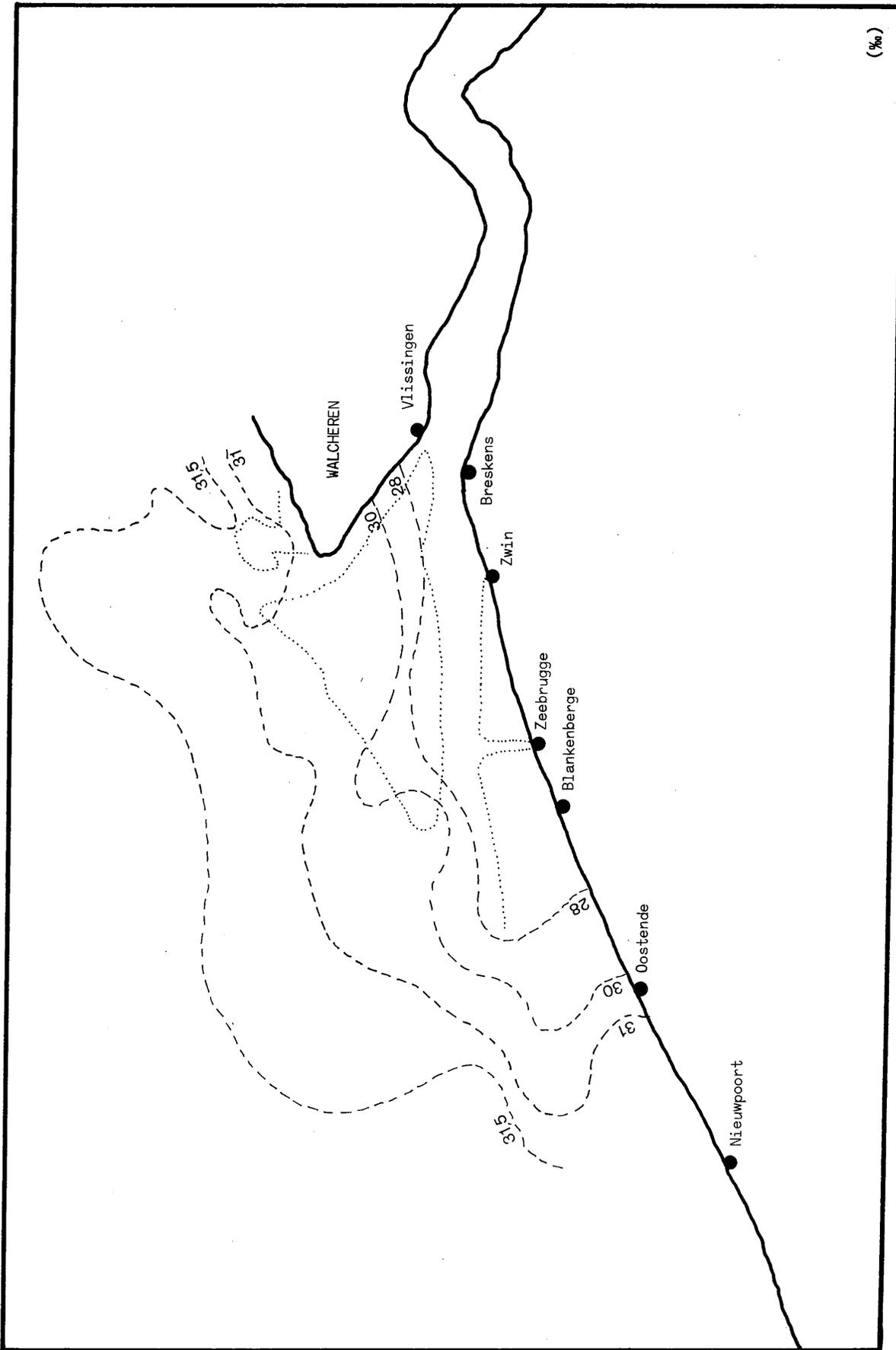


fig. 40.  
Carte de distribution de la salinité dans la région du gyre, au mois d'avril 1975

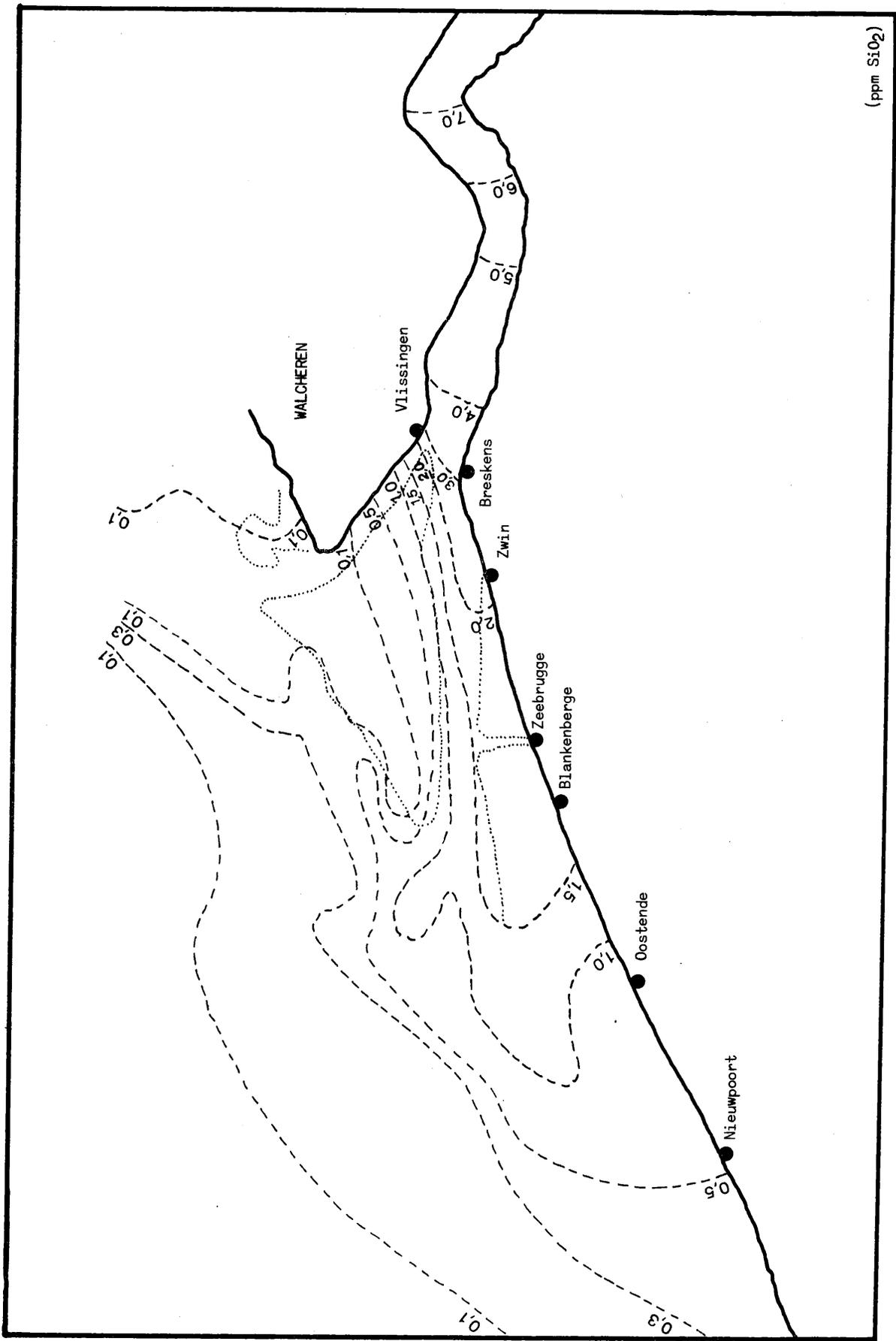


fig. 41.

Carte de distribution de la silice dissoute dans la région du gyre, au mois d'avril 1975

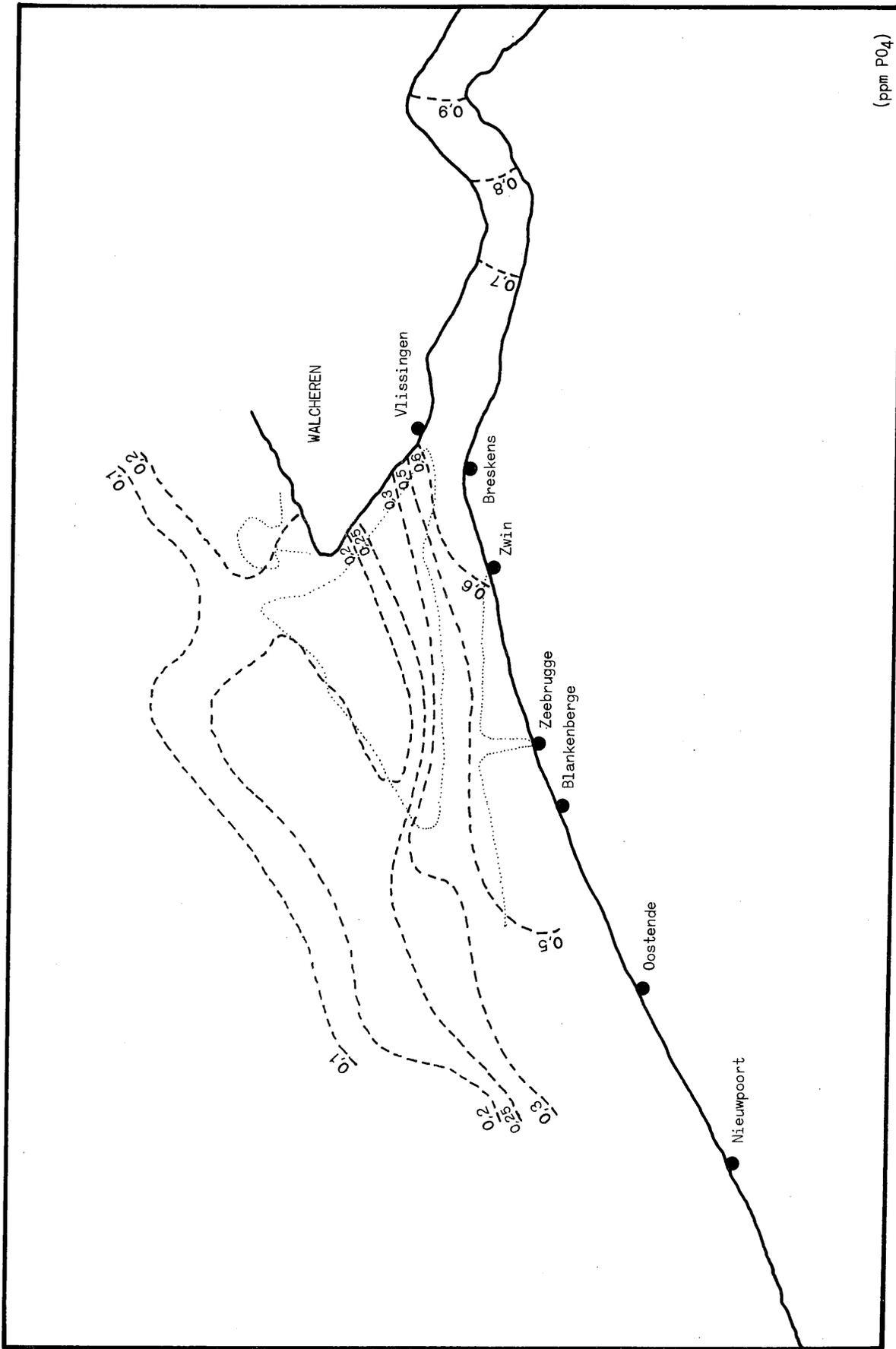
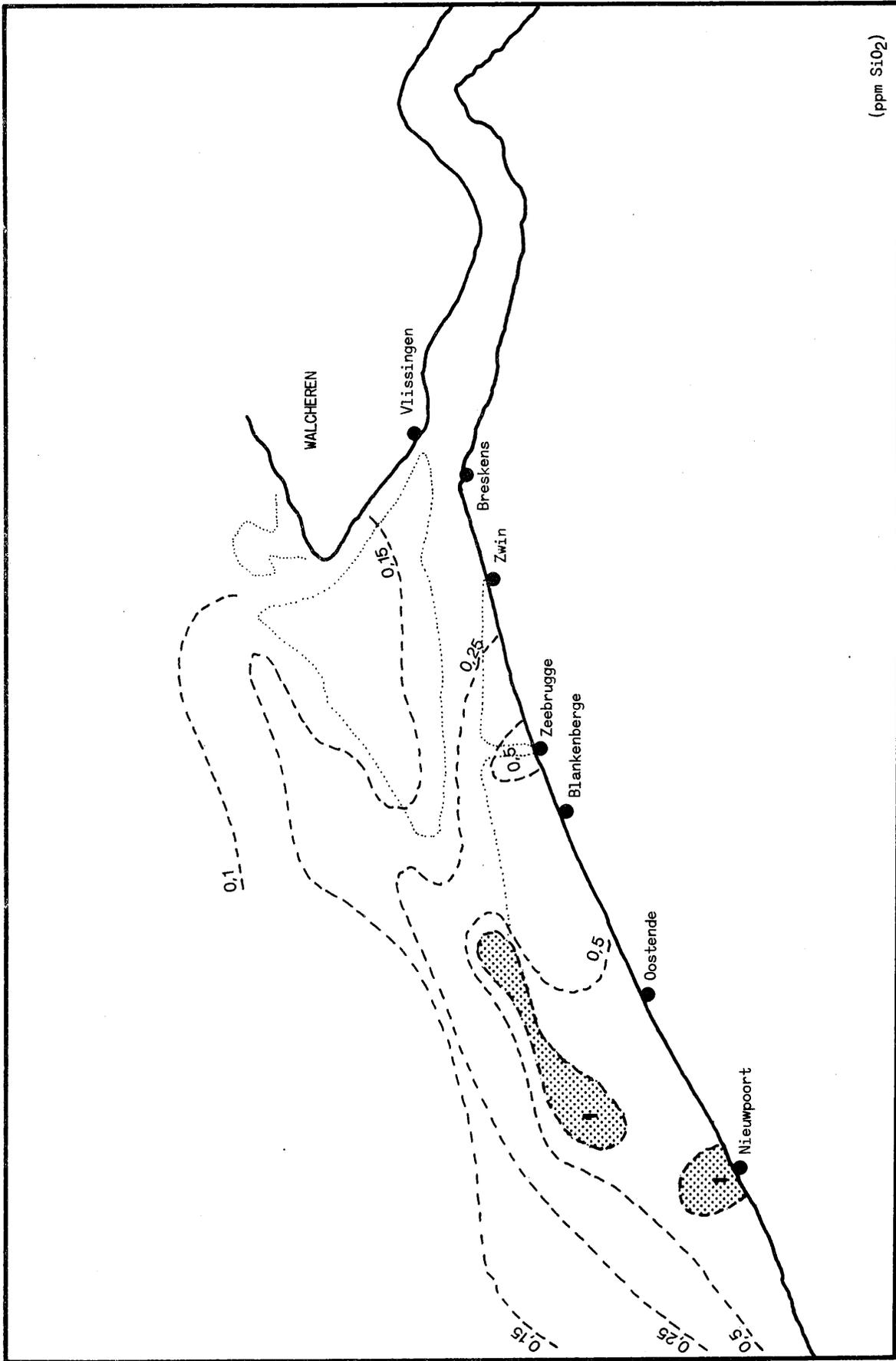


fig. 42.

Carte de distribution des phosphates dans la région du gyre, au mois d'avril 1975



(ppm SiO<sub>2</sub>)

fig. 43.

Carte de distribution de la silice dissoute dans la région du gyre, au mois de juin 1975

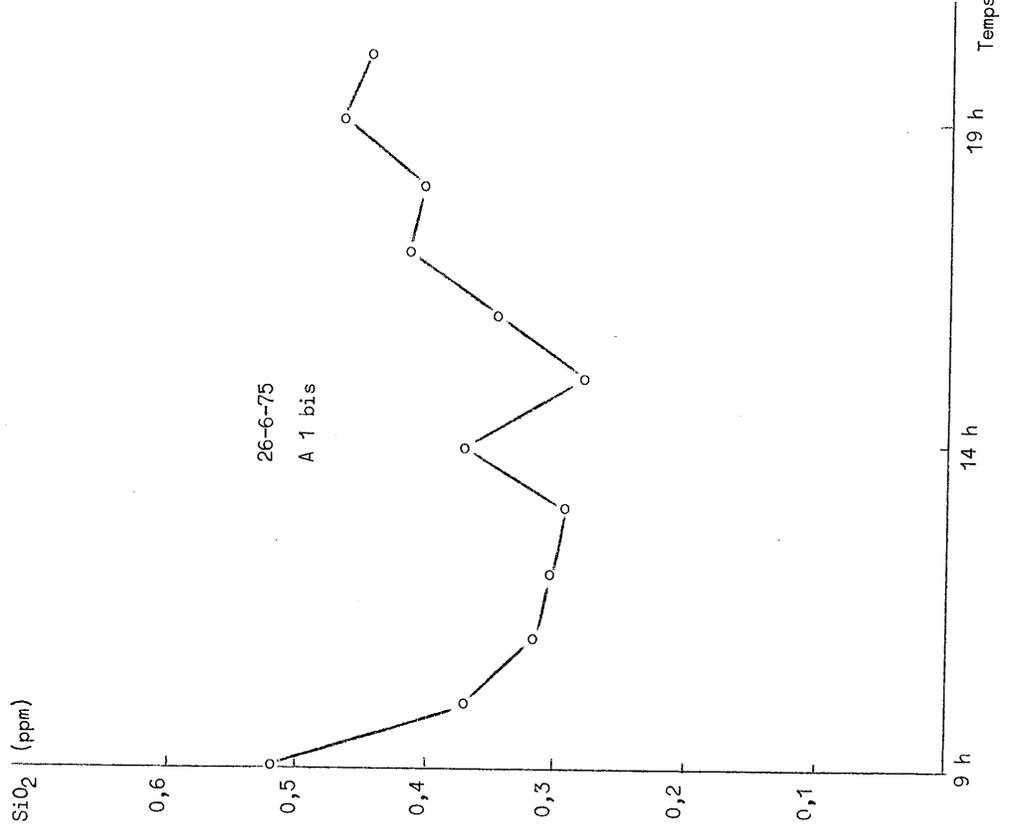
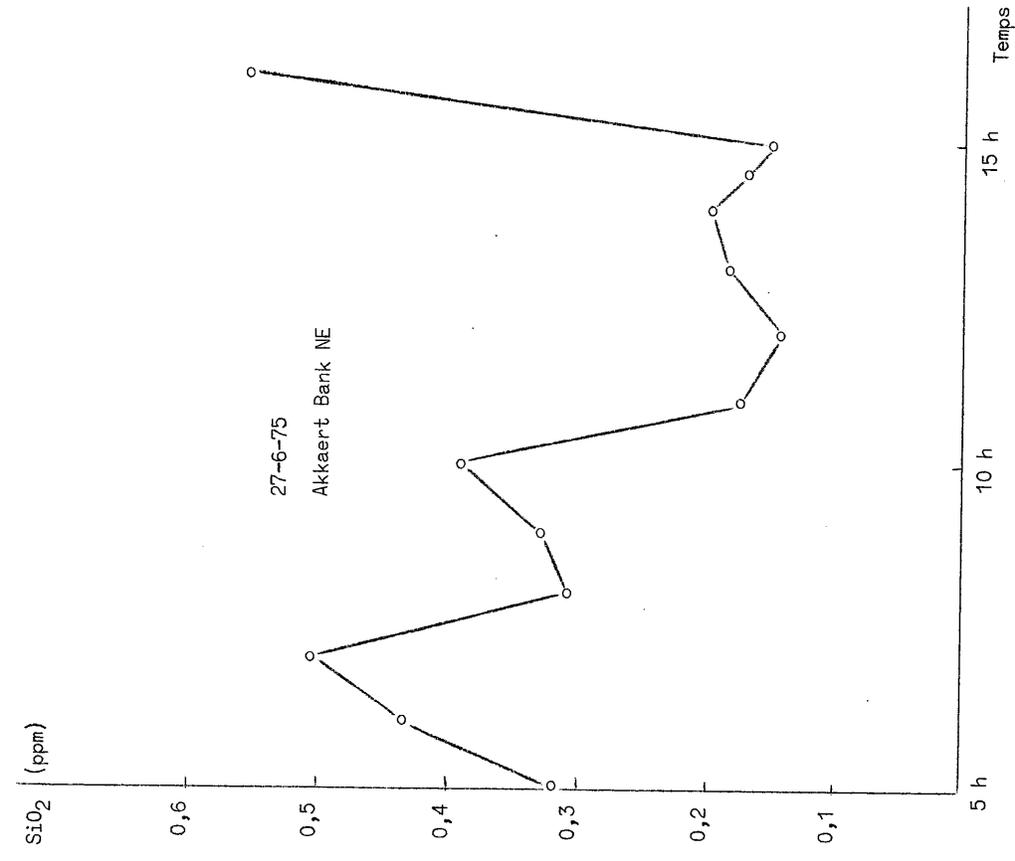


fig. 44.  
Evolution de la silice dissoute (a) à l'intérieur et (b) à la limite du gyre, au cours d'une marée en juin 1975

centre du gyre (Albis). La remontée brutale de la concentration en silice, observée au cours du flot pour le premier point, indique la délimitation très nette entre les eaux du gyre plus concentrées en silice et les eaux du large, alors qu'à l'intérieur du gyre, les fluctuations de concentration sont plus faibles. Enfin, la carte des sédiments établie en tenant compte de la topographie du fond, montre de manière remarquable l'existence entre Ostende et Zeebrugge, d'une zone d'intense accumulation de vases (fig. 30). Elle permet aussi de suivre le cheminement préférentiel des sédiments apportés par l'Escaut qui longe la côte belge jusqu'à Ostende pour remonter ensuite vers le nord-est sous l'influence des courants résiduels du large.

7.- Distribution verticale des masses d'eau

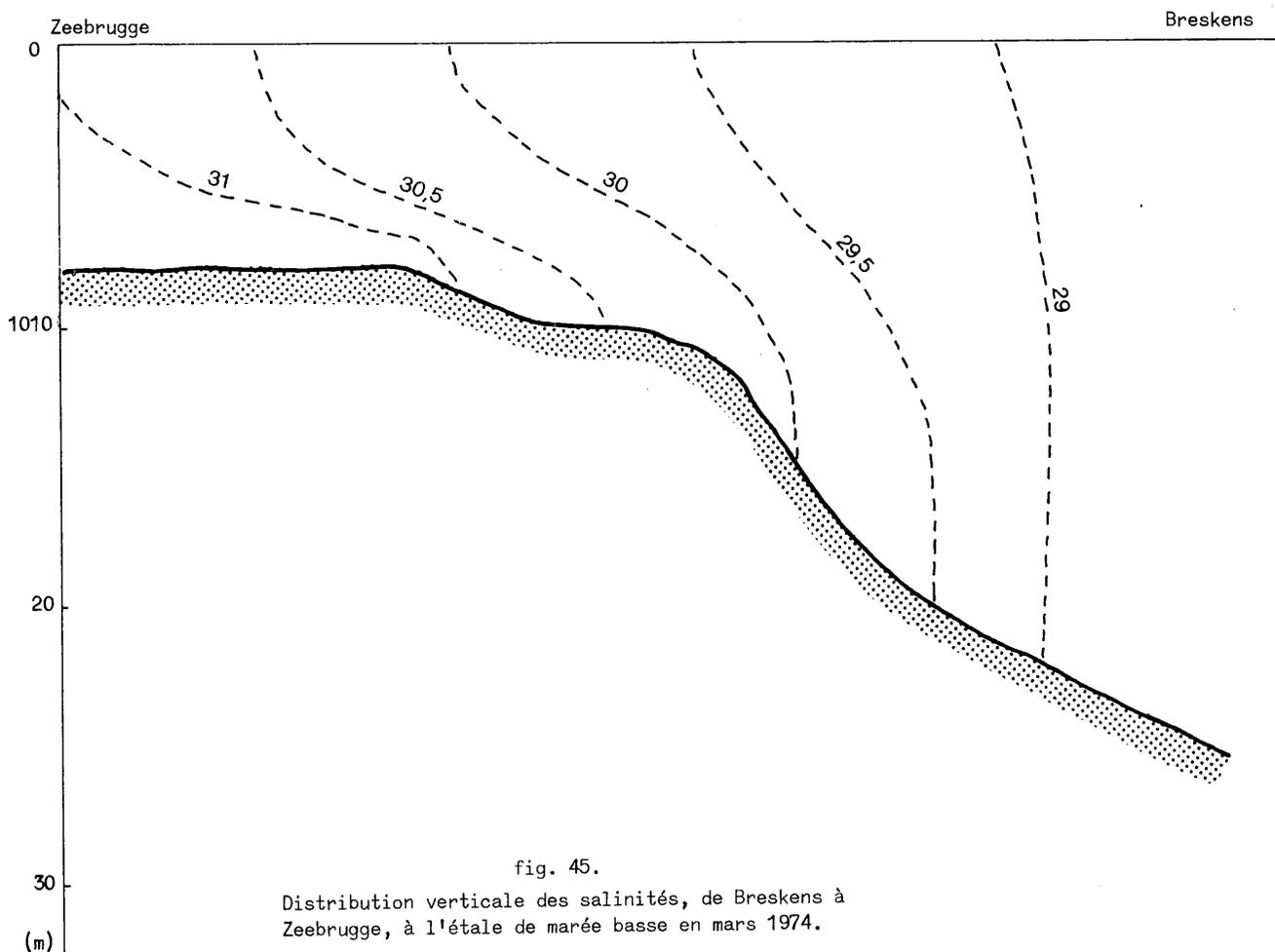


fig. 45.  
Distribution verticale des salinités, de Breskens à Zeebrugge, à l'étale de marée basse en mars 1974.

L'existence de masses d'eau de salinité variable entraîne l'apparition d'une stratification verticale due aux différences de densité des eaux, dont l'importance dépend de l'intensité de la dispersion turbulente verticale.

L'existence d'une stratification verticale des masses d'eau a été vérifiée au cours d'une campagne effectuée en mars 1974. Les figures 45 et 46 représentent à titre d'exemple une coupe verticale effectuée respectivement sur une radiale allant de Breskens à Zeebrugge et de Breskens vers le large (point M06 du réseau) au travers du Walvischstaart.

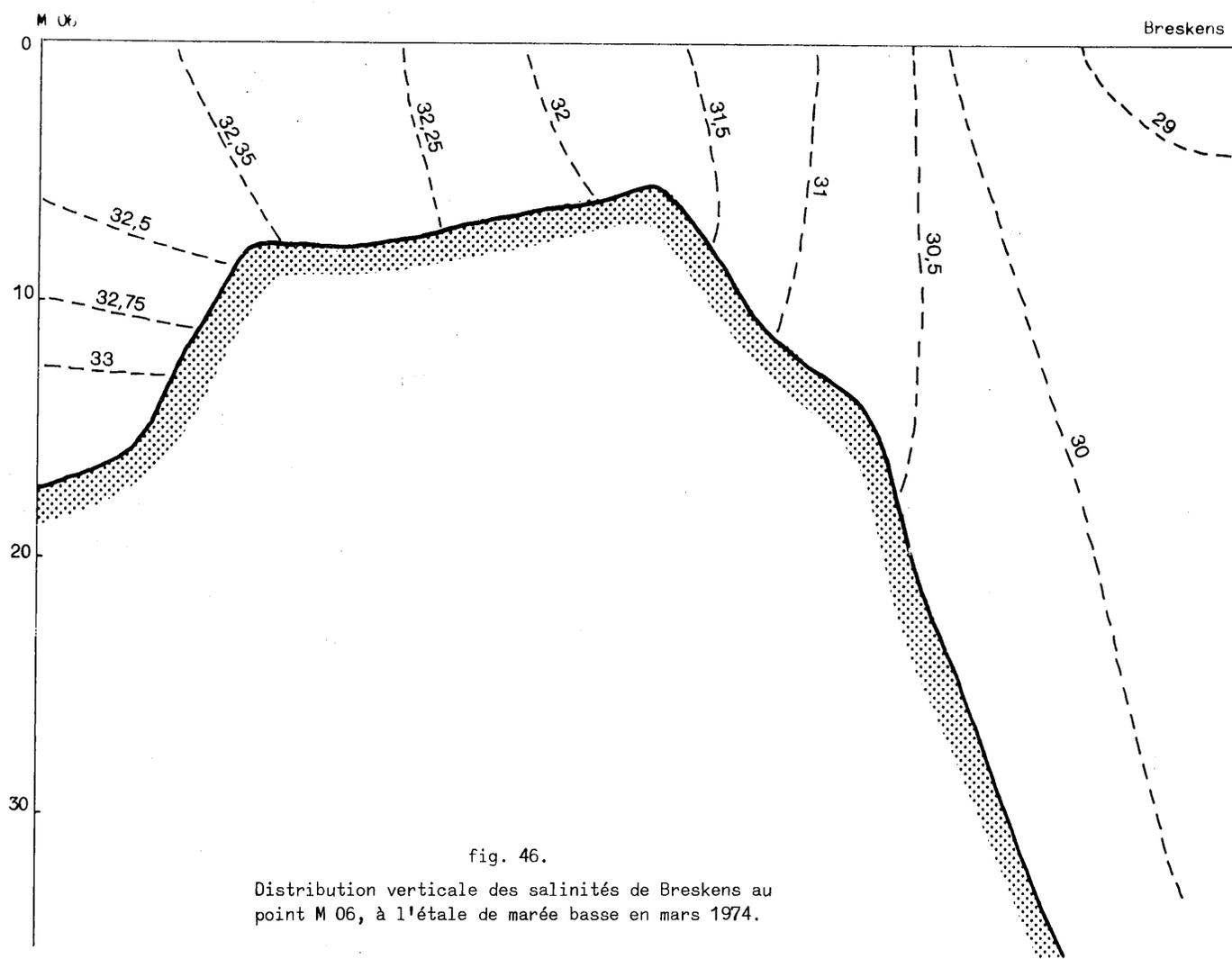


fig. 46.

Distribution verticale des salinités de Breskens au point M 06, à l'étale de marée basse en mars 1974.

On constate que la stratification verticale est relativement faible au voisinage de l'embouchure. Elle est importante dans le gyre au voisinage de Zeebrugge, où l'on peut observer des variations de salinité de 1 ‰ sur une profondeur de 10 mètres. La stratification verticale persiste remarquablement au point M06, où elle atteint 0,7 ‰ sur une profondeur de 15 mètres. Rappelons que ce point correspond à la zone d'entraînement de l'eau du gyre vers le nord-est. Enfin, les eaux sont bien mélangées verticalement dans les zones peu profondes du Walvischstaart.

Les distributions des masses d'eau que l'on observe dans la région côtière sont caractéristiques des zones marines à circulation restreinte, du type estuarien que l'on rencontre dans les baies et les golfes alimentés par une source d'eau douce, et les fjords.

#### 8.- Conclusions

Les caractéristiques physiques et chimiques des eaux ainsi que la répartition des sédiments de la zone côtière, confirment l'existence d'un gyre dont le centre se trouve situé en moyenne entre Zeebrugge et Ostende. Les eaux de ce gyre sont alimentées par les eaux de l'estuaire de l'Escaut qui cheminent préférentiellement par le Scheur et par de l'eau du large provenant du Pas de Calais. Par contre, les eaux du large entrant dans l'estuaire de l'Escaut proviennent surtout d'une zone située plus au nord-est en empruntant le chenal constitué par l'Oostgat. Les eaux du gyre sont partiellement entraînées par le courant résiduel du large orienté vers le nord-est.

Il faut remarquer que ces eaux riches en substances nutritives, mais aussi en polluants divers provenant de l'Escaut et des émissaires côtiers, ont un temps de séjour très élevé dans la zone du gyre, ainsi que le montre par exemple les faibles salinités qui y sont enregistrées. Celles qui sont entraînées par le courant résiduel passent ensuite à une certaine distance de Walcheren, en se dispersant assez rapidement. Il en résulte qu'au cours d'une marée, on observe, assez

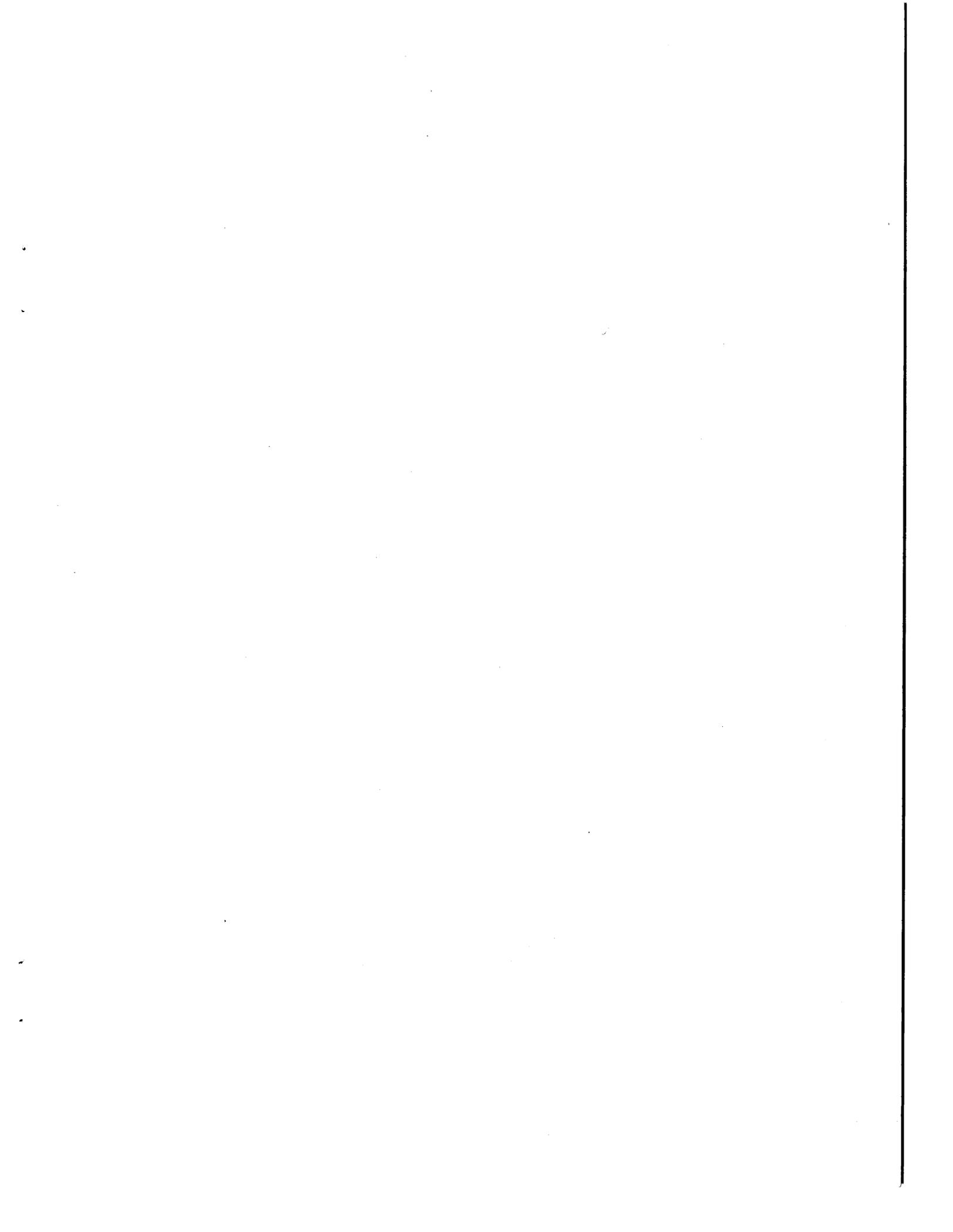
paradoxalement, en moyenne, des eaux relativement pures et salines à la pointe de Walcheren, alors que plus au large circulent des eaux de l'estuaire plus ou moins diluées, ayant transité par le gyre. Cette configuration est de nature à expliquer les anomalies biologiques et les inversions des paramètres chimiques observés aux points 5 et 6 du réseau de mesure du modèle et qui seront décrites ultérieurement.

Le gyre subit évidemment des déplacements liés aux marées et aux variations des vents locaux dominants. Par suite de la faible salinité des eaux du gyre, il s'y superpose d'autre part des courants de densité analogues à ceux que l'on observe dans les estuaires. Elles conduisent à l'établissement d'une stratification verticale d'autant plus importante que le gradient horizontal de salinité est élevé. Le phénomène d'intrusion en profondeur d'eau salée dans le gyre se manifeste principalement à la limite de celui-ci. Ce phénomène est important pour la compréhension des effets écologiques sur les populations des brise-lames le long de nos côtes.

#### Références

- BROEKER, W., (1974). *Chemical Oceanography*, Harcourt Brace Jovanovitch Inc., N.Y., U.S.A.
- GULLENTOPS, F., (1974). Detrital sedimentology in the Southern Bight of the North Sea, *in* Math. Modelsea, I.C.E.S. Hydrography Committee, CM 1974/C : 1.
- HANSEN, W., (1966). The reproduction of the motion in the sea means of hydrodynamical-numerical methods, *Tech. Rep. n° 25, N.A.T.O.*, Subcommittee on Oceanographic Research.
- NIHOUL, J.C.J., (1975a). *Modelling of Marine Systems*, Elsevier Publ., Amsterdam.
- NIHOUL, J.C.J., (1975b). Mesoscale secondary flows and the dynamics of ecosystems in the Southern Bight of the North Sea, *Mém. Soc. Sc. Liège*, 7, 83, [Proc. Sixth Liège Coll. on Ocean Hydrodynamics, May 1974].
- NIHOUL, J.C.J., (1975c). Effect of the "tidal stress" on residual circulation and mud deposition in the Southern Bight of the North Sea, *Pure and Applied Geophysics*, 113, 577.

- NIHOUL, J.C.J. and RONDAY, F.C., (1975). The influence of the tidal stress on the residual circulation, *Tellus*, **27**, 5.
- NIHOUL, J.C.J. and RONDAY, F.C., (1976). Hydrodynamic Models of the North Sea, *Mém. Soc. Sc. Liège*, **2** [Proc. 7th Liège Coll. on Ocean Hydrodynamics, May, 1975].
- OTTO, L., (1970). The mean residual transport pattern in the Southern North Sea, I.C.E.S. Hydrography Committee, *CM 1970/C* : 21.
- RONDAY, F.C., (1975). Mesoscale effects of the tidal stress on the residual circulation of the North Sea, *Mém. Soc. Sc. Liège*, **7**, 273, [Proc 6th Liège Coll. on Ocean Hydrodynamics, May 1974].





Hebben deelgenomen aan de uitvoering van het programma :

Ont participé à l'élaboration du programme :

MR	ACKX	FN/ZM
MR	ADAM W	IRSNB
MR	ADAM Y	ULG
MR	AERTGEERTS	FN/ZM
MELLE	AERTS M	VUB
MR	ARETZ J	ULG
MME	BAETEMAN M	MIN AGR
MR	BALIERE	FN/ZM
MR	BARBETTE	MIN STE PUB
MR	BARBIEUX	FN/ZM
MR	BASTIN	IRSNB
MR	BAY D	ULG
MR	BAYENS W	VUB
MR	BECKERS D	ULB
MR	BENYTS F	RUG
MR	BERNIMOLIN J	ULG
MR	BILLEN G	VUB
MR	BILLIET	VUB
MR	BIONDO R	ULG
MELLE	BOELEN C	MIN STE PUB
MR	BOEYE A	VUB
MELLE	BOSSICART M	VUB
MR	BOUILLON J	ULB
MR	BOUQUEGNEAU J-M	ULG
MR	BOUQUIAUX J	MIN STE PUB
MR	BRAS R	ERM
MELLE	BREEUR C	ULG
MR	BRICOURT E	ULB
MR	BUCHET P	MIN AGR
MR	BUELENS	MIN TR PUB

MR	BYTTEBLIER E	RUG
MR	CALCOEN	FN/ZM
MR	CAPART A	IRSNB
MR	CEUX	FN/ZM
MR	CLAESSENS J	MIN TR PUB
MELLE	CLERX G	VUB
MR	CLOSSET P	ULG
MR	COCQUART	MIN TR PUB
MR	COEN	MIN TR PUB
MR	COETERMANS	KUL
MELLE	COOREMAN A	RUG
MR	COOSEMANS P	MIN AGR
MELLE	CORNELIS	VUB,
MME	CORNET	ULB
MR	CORNIL	MIN AGR
MR	CORYN E	RUG
MR	COUSSEMENT S	MIN AGR
MME	CREVECOEUR	ULB
MELLE	D'HONT G	MIN STE PUB
MR	DAEMS G	RUG
MR	DAUBY J	MIN STE PUB
MR	DE BACKER	UCL
MR	DE CONINCK L	RUG
MR	DE HAEN A	ULG
MR	DE SAEDELEER G	IRSNB
MME	DE VLIAGER L	VUB
MME	DEBOEVER	RUG
MR	DECLERCK R	MIN AGR
MR	DECLOEDT	FN/ZM
MELLE	DEDONDER L	ULB
MR	DELHAYE W	ULB
MR	DELMOTTE	IRSNB
MME	DEMAESSCHALK	KUL
MR	DEMANET J	MIN STE PUB
MR	DEMEYER	MIN STE PUB
MR	DEMUTH C	UCL
MELLE	DEPELSMACKER M	VUB
MELLE	DERENNE F	MIN AGR
MR	DERYCKE	KUL
MR	DESWATTINES U	MIN STE PUB
MR	DISTECHE A	ULG
MR	DOGAN	ULG
MR	DROISSART A	ULG
MR	DUBOIS D	ULG
MR	DUBOQUET M	MIN STE PUB
MME	DUPONT	ULB
MR	DUYCKAERTS G	ULG
MR	ELSKENS I	VUB

MR	ENGELS	MIN TR PUB
MR	FABRY B	ULB
MR	FOCCROULE CH	ULB
MR	FOGUENNE J-P	ULG
MR	FRANCIS	FN/ZM
MR	FRANKENNE F	ULG
MR	FRANKIGNOUL C	ULG
MR	FRANSEN	FN/ZM
MR	GASPAR P	MIN AGR
MR	GERLACHE M	MIN AGR
MR	GEUKENS	FN/ZM
MELLE	GHIJS R	VUB
MR	GHYSELEN M	MIN STE PUB
MR	GILLAIN G	ULG
MELLE	GODART M	MIN STE PUB
MR	GODEAUX J	ULG
MELLE	GOEMAN M	VUB
MR	GORDTS	MIN STE PUB
MR	GOSSE J	IRSNB
MR	GOVAERT J	RUG
MR	GRANGE	FN/ZM
MR	GROSJEAN	FN/ZM
MR	GRUSPEERT	FN/ZM
MR	GULLENTOPS F	KUL
MME	GYSELINCK	RUG
MELLE	HANESSE F	ULG
MELLE	HARNIE N	VUB
MR	HARRAY	ULB
MELLE	HASPELSLAGH G	RUG
MR	HASSINK	FN/ZM
MR	HECQ J-H	ULG
MR	HEIP C	RUG
MR	HELLINCKX E	VUB
MR	HENRIET J	MIN AGR
MELLE	HENRY M	IRSNB
MR	HERMAN P	MIN AGR
MR	HERMANS J	KUL
MELLE	HEYDEN D	ULG
MR	HEYLEN	MIN TR PUB
MR	HEYRMAN	MIN TR PUB
MR	HIERNAUX M	ULB
MR	HOENIG M	ULB
MR	HOUVENAGHEL G	ULB
MR	HOVART P	MIN AGR
MELLE	HUYS L	KUL
MR	JAEGER P	UCL
MR	JAMART B	ULG
MR	JANGOUX M	ULB

MME	JANSSENS J	VUB
MR	JASPERS E	RUG
MR	JASPEPS J	RUG
MR	JOIRIS C	VUB
MR	JULLE R	ERM
MR	KEUTGEN	FN/ZM
MR	KROTT	FN/ZM
MR	LAFONTAINE A	MIN STE PUB
MR	LAMBERMONT J	ULG
MR	LAMBERT	VUB
MELLE	LAMBOT F	ULG
MR	LANGE	FN/ZM
MR	LAURENT E	ERM
MR	LAUS G	VUB
MELLE	LAVAL H	ULG
MR	LEBECK A	MIN AGR
MR	LEBON G	ULG
MR	LECLERC	FN/ZM
MR	LEDENT	MIN AGR
MR	LEFEVRE G	IRSNB
MR	LEFEVRE J	ULB
MR	LIPPENS P	RUG
MELLE	LOIJENS M	ULB
MME	LONCKE N	ULB
MR	LOUIS A	KUL
MR	MACHIROUX R	ULG
MR	MAERTENS D	RUG
MR	MAFTEI A	ULG
MME	MARCHAND C	ULG
MELLE	MARQ O	ULG
MR	MATHIEUX R	ERM
MME	MEEUS	MIN AGR
MR	MEEUSSEN M	IRSNB
MELLE	MEURIS A	VUB
MR	MEURIS T	VUB
MR	MOENS M	KUL
MR	MOEREMANS R	ULG
MR	MOMMAERTS J	VUB
MR	MORTIER	MIN TR PUB
MELLE	MOUTEAU A	MIN AGR
MR	NADIN R	ULG
MR	NAESSENS G	ULB
MME	NAHAN	ULG
MR	NAUWELAERTS	FN/ZM
MR	NIHOUL J	ULG,UCL
MR	NIJS J	VUB
MR	NOLS	FN/ZM
MR	NOTRE	KUL

MR	NYS	MIN TR PUB
MME	NYSSSEN V	ULG
MR	ORBAN	ULB
MR	PAJOT J	FN/ZM
MR	PEETERS G	MIN TR PUB
MR	PENNEMAN R	VUB
MELLE	PERPEET C	ULB
MR	PERSCONS G	RUG
MR	PETERS J	MIN TR PUB
MR	PETIT M	ULB
MR	PHILIPPE	FN/ZM
MR	PICARD H	ULG
MR	PICHOT G	ULG
MME	PINEUX M	MIN AGR
MME	PIRNAY D	VUB
MME	PLANCKE-STEYAERT J	ULB
MR	PLOMPEUX	FN/ZM
MR	POLK P	VUB
MME	POLK-DARO	VUB
MR	POLLENTIER A	ULG
MELLE	RABYNS M	KUL
MR	REDANT F	VUB
MR	RIGOLE F	ULG
MR	RINGELE A	KUL
MR	ROBYNS J	KUL
MR	ROELANDT A	VUB
MR	RONDAY F	ULG
MELLE	RONSSSE F	VUB
MR	RUNFOLA Y	ULG
MR	SCHELFHOUT	FN/ZM
MR	SCHOCKAERT E	RUG
MR	SCHUERMANS	MIN TR PUB
MR	SEEA J	MIN STE PUB
MR	SEGHERS G	ULB
MME	SENGIER	KUL
MELLE	SENY F	IRSNB
MR	SIMONS	FN/ZM
MELLE	SMAGGE A	MIN AGR
MR	SMITZ J	ULG
MR	SOEGELOOS P	RUG
MR	STAES C	MIN TR PUB
TR	STERLING	MIN TR PUB
MR	STES W	VUB
MR	THIELEMANS L	RUG
MR	TOURWE M	VUB
MR	TURSCH B	ULB
MR	UHODA G	ULG
MR	UNGARO A	ULG

MR	UYTTERSROT G	RUG
MELLE	VAN BEVEREN C	ULB
MELLE	VAN BOST A	RUG
MELLE	VAN CAUWENBERGE	VUB
MR	VAN CROMBRUGGE A	VUB
MR	VAN DEN BOSSCHE	FN/ZM
MR	VAN DEN DAELE	FN/ZM
MR	VAN DEN HEYNDE	MIN TR PUB
MR	VAN DEN HOUDT A	VUB
MME	VAN DER BEN C	IRSNB
MR	VAN DER BEN D	IRSNB
MR	VAN DYCK J	MIN STE PUB
MR	VAN GOETHEM	IRSNB
MELLE	VAN HELDEN L	ULB
MR	VAN FELLEMONT	MIN TR PUB
MR	VAN HERCK	MIN TR PUB
MR	VAN HOECK P	KUL
MR	VAN IMPE E	ULB
MR	VAN LOOCK	MIN TR PUB
MR	VAN MEEL L	IRSNB
MELLE	VAN OBERGEN M	ULB
MR	VAN RYCKEGHEM M	MIN AGR
MR	VAN VAERENBERG	FN/ZM
MR	VAN WASSENHOVE	MIN TR PUB
MR	VANDAMME D	RUG
MR	VANDEMEULEBROEK J	ULB
MR	VANDENBERGHE	KUL
MR	VANDEBOSSCHE J	ULB
MR	VANDENBROEK J	RUG
MR	VANDER HEIDEN A	RUG
MR	VANDERSTAPPEN R	MIN AGR
MR	VANDEVELDE J	MIN AGR
MELLE	VANDEWIJNGAERT M	KUL
MR	VANDEZANDE A	MIN STE PUB
MME	VANHECKE L	RUG
MR	VANHOREN G	MIN STE PUB
MR	VANTICOMME R	VUB
MR	VEKEMANS	FN/ZM
MR	VERCRUYSSSE A	VUB
MR	VERHEYDEN	FN/ZM
MR	VERHEYEN	MIN TR PUB
MR	VERMAELEN	KUL
MME	VERMEULEN	KUL
MR	VINIKAS B	ULB
MR	VLERICK N	VUB
MR	VLOEBERGH M	ULB
MR	VYNCKE W	MIN AGR
MR	WARTEL S	IRSNB

MELLE	WAYENBERGH M	VUB
MME	WELLEKENS S	RUG
MR	WOLLAET R	ULB
MR	WOUTERS	FN/ZM
MR	ZANDARIN L	UCL

ERM : Ecole Royale Militaire - Koninklijk Militaire School

FN/ZM : Force Navale - Zeemacht

IRSNB : Institut Royal des Sciences Naturelles de Belgique  
Koninklijk Belgisch Instituut voor Natuurwetenschappen

KUL : Katholieke Universiteit Leuven

MIN AGR : Ministère de l'Agriculture - Ministerie van Landbouw

MIN STE PUB : Ministère de la Santé Publique et de la Famille  
Ministerie van Volksgezondheid en van het Gezin

MIN TR PUB : Ministère des Travaux Publics - Ministerie van Openbare Werken

RUG : Rijksuniversiteit Gent

UCL : Université Catholique de Louvain

ULB : Université Libre de Bruxelles

ULG : Université de Liège

VUB : Vrije Universiteit Brussel



Achévé d'imprimer le 9 mars 1976  
sur le duplicateur et la presse offset  
d'é.t.a.b.é.t.y.p.  
72, quai de Longdoz - 4020 Liège  
Tél.: 041/42.59.21



